TEACHING ADVANCED MATHEMATICS IN ASSOCIATION WITH THE PRACTICE OF AGRICULTURE AND FORESTRY AT THAI NGUYEN UNIVERSITY OF AGRICULTURE AND FORESTRY

Bui Linh Phuong, Vu Thi Thu Loan *

TNU - University of Agriculture and Forestry

ARTICLE INFO		ABSTRACT
Received:	30/10/2021	In this article, we referred to the theory of Realistic Mathematics Education (RME) of Freudenthal - a Dutch mathematician in 1968. We first study the theoretical basis and characteristics of teaching associated with practice methodologies by studying practical situations in the field of in agriculture and forestry related to the Advanced Mathematics. On that basis, we analyzed and gave illustrative examples of some mathematical approaches associated with professional practice of students majoring in agriculture and forestry in teaching advanced mathematics at Thai Nguyen University of Agriculture and Forestry. Evaluate the effectiveness of teaching associated with practice methodologies, such as increasing learning interest and enhancing the ability to apply mathematics in reality.
Revised:	30/11/2021	
Published:	30/11/2021	
KEYWORDS		
Thai Nguyen University of Agriculture and Forestry		
Real life problems in Advanced Mathematics		
RME		
Teaching methodologies		
Using Excel to learn Advanced Mathematics		

DẠY HỌC MÔN TOÁN CAO CẤP THEO HƯỚNG GẮN VỚI THỰC TIỄN NGÀNH NÔNG LÂM NGHIỆP TẠI TRƯỜNG ĐẠI HỌC NÔNG LÂM THÁI NGUYÊN

Bùi Linh Phương, Vũ Thị Thu Loan *

Trường Đại học Nông Lâm - ĐHTH Thái Nguyên

THÔNG TIN BÀI BÁO		TÓM TẮT
Ngày nhận bài:	30/10/2021	Trong bài báo này, chúng tôi đề cập đến lý thuyết giáo dục toán học gắn với thực tiễn (<i>Realistic Mathematics Education</i> , viết tắt là RME) của Freudenthal – nhà toán học người Hà Lan vào năm 1968. Đầu tiên chúng tôi nghiên cứu cơ sở lý luận và đặc điểm của phương pháp giáo dục gắn với thực tiễn, nghiên cứu các tình huống thực tiễn của lĩnh vực nông, lâm nghiệp liên quan đến học phần Toán cao cấp. Trên cơ sở đó, chúng tôi phân tích và đưa ra ví dụ minh họa về một số cách tiếp cận toán học gắn với thực tiễn nghề nghiệp của sinh viên ngành nông, lâm nghiệp trong dạy học môn Toán cao cấp tại trường Đại học Nông lâm Thái Nguyên. Đánh giá được hiệu quả của phương pháp dạy học gắn với thực tiễn như làm tăng hứng thú học tập, tăng cường năng lực áp dụng toán học vào thực tiễn.
Ngày hoàn thiện:	30/11/2021	
Ngày đăng:	30/11/2021	
TỪ KHÓA		
Đại học Nông lâm Thái Nguyên		
Toán cao cấp gắn với thực tiễn		
RME		
Phương pháp dạy học		
Sử dụng Excel học toán cao cấp		

DOI: <https://doi.org/10.34238/tnu-jst.5215>

* Corresponding author. Email: vuthithuloan@tnu.edu.vn

1. Đặt vấn đề

Một trong những đặc điểm của toán học là phản ánh thực tế. Theo Đoàn Trinh Ninh và Trần Chí Đức [1]: Toán học là một khoa học trừu tượng, nghiên cứu những đối tượng trừu tượng, mặc dù những đối tượng ấy suy cho cùng đều phản ánh hiện thực khách quan. Theo Nguyễn Bá Kim [2]: Tính trừu tượng cao làm cho toán học có tính thực tiễn phổ dụng, có thể ứng dụng được trong nhiều lĩnh vực khác nhau của đời sống. Quá trình phát triển và vai trò của toán học đối với sự phát triển của thế giới cho thấy: thực tiễn vừa là nguồn gốc, là động lực để phát triển, vừa là mục tiêu phục vụ toán học. Do vậy, việc nghiên cứu, dạy học Toán cần đảm bảo các quy luật khách quan của sự vận động, phát triển của toán học [3].

Giáo dục toán học gắn với thực tiễn (RME) là lí thuyết được phát triển bắt đầu từ Hà lan vào năm 1968. Ý tưởng cơ bản của RME là dựa trên triết học về toán học và giáo dục toán học của Freudenthal. RME được phát triển bởi các nhà giáo dục toán học thuộc Viện Feudenthal của Trường Đại học Utrecht và các viện nghiên cứu khác của Hà Lan. Hiện nay, khoảng 75% các trường học của Hà Lan sử dụng sách giáo khoa dựa trên triết lí RME. Chiến lược đánh giá hiệu quả của RME được Van den Heuvel [4] phân tích và tiếp tục phát triển trong luận án tiến sĩ của ông [5]. Trong RME, mỗi liên hệ toán học với thực tiễn không chỉ có thể nhận ra khi kết thúc quá trình học của học sinh chẳng hạn như khi áp dụng hay rèn luyện các kĩ năng vận dụng toán học, giải toán mà thực tiễn có vai trò như một nguồn cung cấp cho quá trình dạy và học toán. Lí thuyết RME đã được nghiên cứu, triển khai ở nhiều nước như Hà Lan, Anh, Đức, Đan Mạch, Tây Ban Nha, Bồ Đào Nha, Nam Phi, Braxin, Mĩ, Nhật, Malaixia, Indonexia,... [6]. Ở mỗi nước có những cách tiếp cận và phát triển chương trình khác nhau. Khi nói tới RME có thể có hai cách tiếp cận: RME là một lí thuyết giáo dục toán học hoặc RME là chương trình giáo dục toán học gắn với thực tiễn (xem [7]). Tư tưởng RME cũng được đưa vào chương trình dạy học Toán ở bậc đại học và tiếp tục được nghiên cứu bởi các tác giả như Rasmussen và King [8], Kwon [9], Ju và Kwon [10].

RME được giới thiệu tại Việt Nam bởi Lê Tuấn Anh [11] và một số nhà nghiên cứu khác [12]. Tại Việt Nam, một trong những quan điểm xây dựng chương trình môn toán là đảm bảo tính thiết thực, hiện đại, tính tích hợp, tính mở. Theo đó, chương trình môn toán chú trọng tính ứng dụng gắn với thực tiễn và các môn học, các hoạt động giáo dục khác trong tất cả các khâu của quá trình dạy học [3]. Chính vì vậy, hiện nay, chương trình và sách giáo khoa toán học cũng chú trọng đến việc gắn kiến thức toán học trong Nhà trường với thực tiễn cuộc sống. Sự kết hợp giữa triết lí về toán học với triết lí giáo dục toán học của Freudenthal tiếp tục được nghiên cứu và phát triển ở Việt Nam thông qua đề tài: “*Giáo dục toán học gắn với thực tiễn ở Việt Nam – Nhu cầu và thách thức*”, do Quỹ phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) tài trợ.

Nhận thấy giáo dục toán học gắn với thực tiễn mang lại hiệu quả, giúp người học phát huy được tính chủ động trong học tập, có kĩ năng giải quyết các vấn đề trong thực tế dựa trên công cụ toán học nên chúng tôi đã nghiên cứu áp dụng triết lí RME trong dạy học môn Toán cao cấp tại trường Đại học Nông Lâm Thái Nguyên. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày những tóm tắt sơ lược về RME và đưa ra một số phương pháp giảng dạy môn Toán cao cấp vận dụng lí thuyết này, thông qua các ví dụ và tình huống cụ thể.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Sơ lược về ý tưởng và đặc điểm giáo dục toán học gắn với thực tiễn

Theo quan niệm của RME, toán học là một hoạt động của con người và sử dụng bối cảnh làm nguồn đề học toán. Toán học phát sinh từ quá trình “toán học hóa” (mathematization) thực tiễn, vì vậy việc học toán (hay quá trình dạy và học toán) phải bắt nguồn từ trong “toán học hóa thực tiễn” (mathematizing reality) [13]. Toán học hóa và mô hình hóa toán học được coi là các đặc trưng cơ bản của hoạt động toán học. Toán học hóa theo quan điểm của RME chính là quá trình mô tả một vấn đề thực tế theo ngôn ngữ toán học để giải quyết vấn đề đó với công cụ toán học. Freudenthal quan niệm rằng, học toán không phải là tiếp nhận kiến thức có sẵn mà học toán là

quá trình thiết lập và giải quyết vấn đề từ thực tế hay trong nội tại toán học để xây dựng kiến thức toán và ông gọi quá trình đó là toán học hóa [14]. Có rất nhiều định nghĩa và mô tả về khái niệm mô hình hóa toán học. Theo định nghĩa của Edwards và Hamson [15]: “Mô hình hóa toán học là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tế sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận”. Dựa vào định nghĩa trên, ta thấy rằng mô hình hóa toán học là một hoạt động phức tạp, bao gồm sự chuyển đổi giữa toán học và thực tế theo cả hai chiều. Vì vậy, đòi hỏi học sinh phải có nhiều năng lực khác nhau, nhiều kiến thức trong các lĩnh vực toán học khác nhau cũng như có kiến thức liên quan đến các tình huống thực tế được xem xét.

Trong giảng dạy và học tập toán cần chú ý đến 5 nguyên tắc cơ bản của RME: *Sử dụng ngữ cảnh* [4]; *sử dụng mô hình* [16]; *sử dụng sản phẩm tự xây dựng của học sinh để khám phá tri thức toán học theo cách riêng, con đường riêng của mình; nguyên tắc tương tác và nguyên tắc lồng ghép trong học tập như lồng ghép giữa các kiến thức toán học với nhau và giữa toán học với các môn học*. Ở đây, chúng tôi quan tâm nhiều hơn đến nguyên tắc sử dụng ngữ cảnh. Theo RME thì ngữ cảnh (tình huống thực tế) được đưa vào ngay từ đầu của bài toán [17]. Như De Lange [18] đề cập, đầu tiên là giới thiệu tình huống thực tế để dẫn dắt đến bài toán thuần túy, sau đó sử dụng những kiến thức, kỹ năng toán học để tổ chức giải quyết các vấn đề thực tiễn từ đó giới thiệu, phát triển một mô hình toán học hay khái niệm và tính chất, định lý toán học liên quan. Việc sử dụng “ngữ cảnh” trong dạy và học toán giúp tạo cho học sinh hứng thú, có động lực khám phá, giải quyết vấn đề thực tiễn, gợi mở đường hướng và tư duy ban đầu cho học sinh về dùng công cụ toán học để giải quyết các vấn đề trong cuộc sống; đồng thời, bắt buộc người học phải có sự thông hiểu toán học ở mức độ thông hiểu.

Trên thế giới, nhiều nhà toán học nghiên cứu về RME và nó khẳng định được hiệu quả trong việc dạy và học toán. Giúp người học có động cơ, mục đích và hứng thú trong học tập, đặc biệt biết sử dụng tri thức toán học để giải quyết các vấn đề của thực tiễn nghề nghiệp và cuộc sống. Hiện nay, quan điểm giáo dục toán học gắn với thực tiễn được dạy cho cả học sinh phổ thông và sinh viên đại học.

2.2. Dạy học môn Toán cao cấp gắn với thực tiễn nghề nghiệp của sinh viên Trường Đại học Nông lâm Thái Nguyên

Vấn đề dạy toán trong các trường Đại học và trung học chuyên nghiệp như thế nào để lãnh đạo nhà trường, các giảng viên, đồng nghiệp giảng dạy kiến thức chuyên ngành và đặc biệt là sinh viên thấy được thực sự cần thiết phải học toán. Đây thật sự là một câu hỏi không dễ trả lời dành cho tất cả các giảng viên Toán nói chung. Khoa Khoa học cơ bản – Trường Đại học Nông Lâm Thái Nguyên đã tổ chức nhiều hội thảo, seminar liên quan đến chủ đề: “*Dạy toán gắn với thực tiễn nghề nghiệp và học tập cho sinh các ngành nông nghiệp, lâm nghiệp, chăn nuôi, ...*”. Tại đây nhiều câu hỏi được đặt ra như: *Làm thế nào để sinh viên thấy được môn toán là có ích cho quá trình học tập và nghề nghiệp của họ? Tại sao nhiều sinh viên không thể sử dụng kiến thức toán đã học để giải quyết các vấn đề thực tế mặc dù đạt được kết quả xuất sắc về môn học này? Dạy toán cần phải tiến hành sao cho sinh viên có thể áp dụng toán vào những tình huống đơn giản trong cuộc sống hay trong thực tiễn nghề nghiệp của các em?...*

Từ những trăn trở đó, chúng tôi đã nghiên cứu để thay đổi nội dung và phương pháp giảng dạy môn toán cao cấp sao cho sinh viên hiểu và có thể sử dụng công cụ toán học trong việc học tập các môn học khác cũng như trong cuộc sống hàng ngày hay trong hoạt động nghề nghiệp.

Trong mục này, chúng tôi sẽ trình bày và phân tích một số ví dụ cụ thể về việc dạy học môn Toán cao cấp mà ở đó có sự kết nối giữa kiến thức môn học này với các vấn đề thực tế trong lĩnh vực nông, lâm nghiệp.

Dựa trên ý tưởng RME, khi dạy học các kiến thức về ma trận, hệ phương trình tuyến tính, ngay từ phần mở đầu chúng tôi đã đưa ra bài toán thực tế về kinh doanh thức ăn chăn nuôi như sau:

Một công ty TNHH chuyên phân phối thức ăn chăn nuôi của công ty Deus, phân phối hai dòng sản phẩm cám cho gà và cám cho lợn. Công ty này có bốn đại lý cấp 1: A, B, C, D. Doanh số bán hàng trong tháng 7 và tháng 8 của bốn đại lý được ghi lại trong Bảng 1.

- a/ Tính doanh thu của hai tháng cho mỗi đại lý và mỗi loại cám;
 b/ Tính sự gia tăng doanh thu cho mỗi đại lý, mỗi loại cám;
 c/ Nếu tiền hoa hồng công ty trả cho đại lý là 5% doanh thu. Tính tiền hoa hồng cho mỗi đại lý, mỗi loại cám nhận được vào tháng 8 và tổng hoa hồng của mỗi đại lý.

Bảng 1. Doanh thu của các đại lý tháng 7, 8

Đại lý	Doanh thu (triệu đồng)			
	Tháng 7		Tháng 8	
	Cám lợn	Cám gà	Cám lợn	Cám gà
A	100	70	120	80
B	80	90	70	100
C	120	100	100	100
D	150	90	130	120

Từ tình huống thực tế này, giáo viên gợi mở vấn đề đề sinh viên tìm ra các phương án giải quyết khác nhau. Ở đây sinh viên có thể tính thủ công từng loại riêng biệt, qua đó giáo viên phân tích nhược điểm, hướng dẫn sinh viên hình thành các khái niệm ma trận, các phép tính về ma trận như phép cộng hai ma trận, phép trừ hai ma trận, phép nhân một số với một ma trận. Trên cơ sở đã hình thành được các khái niệm toán học, sinh viên dưới sự hướng dẫn của giáo viên giải quyết tình huống nêu trên như sau:

Bảng 1 về doanh số bán hàng trong tháng 7 và 8 tương ứng chính là hai ma trận có cùng cỡ 4×2 . Để tính doanh thu của 2 tháng cho mỗi đại lý và mỗi loại cám, sinh viên sẽ thực hiện phép cộng hai ma trận đó (vì hai ma trận cùng cỡ nên có thể thực hiện phép cộng hai ma trận với quy tắc cộng các phần tử tương ứng cùng vị trí), sẽ thu được kết quả là ma trận (bảng 2).

Bảng 2. Tổng doanh thu hai tháng 7, 8

Đại lý	Tổng doanh thu hai tháng (triệu đồng)	
	Cám lợn	Cám gà
A	220	150
B	150	190
C	220	200
D	280	210

Từ bảng 2 có thể thấy, tổng doanh thu về cám lợn và cám gà cho đại lý A trong hai tháng 7 và 8 tương ứng là 220 triệu đồng và 150 triệu đồng.

Hoàn toàn tương tự, sinh viên có thể tính sự gia tăng doanh thu cho mỗi đại lý và mỗi loại cám bằng cách lấy ma trận doanh thu của tháng 8 trừ cho ma trận doanh thu tháng 7 theo quy tắc phép trừ hai ma trận đã được hình thành. Để tính tiền hoa hồng (theo yêu cầu của ý c/), sinh viên sẽ thực hiện phép nhân số 0,05 với ma trận doanh thu tháng 8.

Khi sinh viên đã giải quyết được bài toán này, giáo viên có thể đặt ra yêu cầu mỗi sinh viên tự tìm ra tình huống cụ thể trong thực tế vận dụng kiến thức ma trận để giải quyết tương tự như tình huống nêu trên.

Với cách dạy như vậy, chúng tôi nhận thấy sinh viên đã hiểu sâu sắc khái niệm về ma trận, vận dụng kiến thức giải quyết được các tình huống thực tế, và đặc biệt có động cơ và hứng thú trong học tập hơn so với chỉ dạy kiến thức hàn lâm về toán học theo phương pháp truyền thống.

Trong giáo trình toán cao cấp, chúng tôi cũng xây dựng kiến thức có tính kế thừa, lồng ghép liên tục giữa chương với chương, giữa các phần kiến thức với nhau. Chẳng hạn, giữa hệ phương trình tuyến tính với mô hình bài toán tối ưu tuyến tính; giữa yếu tố đạo hàm, vi phân, tích phân và

phương trình vi phân là sự lồng ghép và kế thừa kết quả của nhau. Để hình thành các khái niệm toán học, các tính chất, định lý, các công thức toán, chúng tôi đều dẫn dắt từ các vấn đề thực tiễn, sử dụng các tri thức về toán học và các lĩnh vực khác để mô hình hóa nó về dạng một bài toán thuần túy, rồi sử dụng công cụ toán học phù hợp tìm câu trả lời cho vấn đề đưa ra. Qua đó hình thành các khái niệm mới và tri thức mới.

Để hình thành lên mô hình bài toán tối ưu tuyến tính (cực đại tổng thu nhập và cực tiểu tổng chi phí), chúng tôi vận dụng phương pháp làm việc nhóm, chia lớp thành 4 nhóm 1, 2, 3, 4.

Nhóm 1, 2 giải quyết bài tập tình huống sau:

Tình huống 1: Một hộ nông dân dự định trồng cà phê và ca cao trên diện tích 10 ha. Nếu trồng cà phê thì cần 20 công và thu về 10 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng ca cao thì cần 30 công và thu về 12 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Biết rằng cà phê do các thành viên gia đình tự chăm sóc và số công không vượt quá 80, còn ca cao gia đình thuê người làm với giá 0,1 triệu đồng cho mỗi công [19].

Em là một kỹ sư nông nghiệp, em hãy tư vấn phương án cho hộ gia đình trên nên trồng bao nhiêu ha cà phê và bao nhiêu ha ca cao sao cho họ đạt lợi nhuận cao nhất.

Nhóm 3, 4 giải quyết bài tập tình huống sau:

Tình huống 2: Một gia đình cần ít nhất 9000 đơn vị protein và 4000 đơn vị lipit trong thức ăn cho đàn gà nuôi mỗi ngày. Mỗi kg thức ăn A chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thức ăn B chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 16 kg thức ăn A và 11 kg thức ăn B; giá tiền 1 kg thức ăn A là 45 nghìn đồng, 1 kg thức ăn B là 35 nghìn đồng [19].

Nếu em là người kinh doanh thức ăn chăn nuôi em hãy tư vấn gia đình trên mua bao nhiêu kg mỗi loại để số tiền họ phải bỏ là thấp nhất.

Sau khi giao bài tập tình huống, chúng tôi từng bước hướng dẫn sinh viên lập lược đồ hoặc bảng tóm tắt dữ liệu để phân tích mối quan hệ giữa các yếu tố, đặt tên biến, rồi từ đó lập mô hình toán học cho bài toán thực tế trên.

Lập mô hình toán học cho tình huống 1:

Gọi x_1, x_2 lần lượt là số diện tích (ha) cà phê và ca cao mà hộ nông dân cần trồng, điều kiện $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Khi đó mô hình toán học của bài toán: Tìm các biến x_1 và x_2 sao cho:

$$f(x) = 10x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$$

$$\text{Với các điều kiện: } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ 0 \leq x_1 \leq 4 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Lập mô hình toán học cho tình huống 2:

Gọi x_1, x_2 lần lượt là số kg thức ăn A và B cần mua, điều kiện $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Khi đó mô hình toán học của bài toán: Tìm các biến x_1 và x_2 sao cho:

$$f(x) = 45x_1 + 35x_2 \rightarrow \min$$

$$\text{Với các điều kiện: } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 \geq 90 \\ x_1 + 2x_2 \geq 20 \\ 0 \leq x_1 \leq 16 \\ 0 \leq x_2 \leq 11 \end{cases}$$

Từ đó giáo viên đưa ra định nghĩa hàm mục tiêu, hệ ràng buộc.

Sau khi các nhóm đã lập xong mô hình toán học của tình huống 1 và 2, chúng tôi ghép cặp nhóm 1 và nhóm 3, nhóm 2 và nhóm 4 tạo thành hai nhóm lớn và thảo luận các câu hỏi sau:

[?] Cần lưu ý gì về cách gọi tên biến?

[?] Hàm mục tiêu, hệ ràng buộc ở cả hai tình huống có điểm gì giống và khác nhau?

[?] Mỗi nhóm hãy viết ra giấy nhớ các đặc điểm đặc trưng của mô hình bài toán cực đại tổng thu nhập, cực tiểu tổng chi phí và đưa ra mô hình tổng quát cho hai bài toán trên.

Bằng cách thảo luận nhóm và trả lời các câu hỏi trên. Sinh viên qua từng bước tự xây dựng được khái niệm về mô hình cực đại tổng thu nhập, cực tiểu tổng chi phí và phân biệt được đặc điểm của hai mô hình trên.

Khi đã xây dựng hoàn chỉnh, chính xác được mô hình toán học cho tình huống 1 và 2. Chúng tôi tiếp tục hướng dẫn để mỗi nhóm sinh viên tìm hướng giải cho mô hình toán học vừa thu được bằng cách gợi ý sinh viên đọc sách giáo trình để giải bài toán bằng phương pháp hình học, hoặc phương pháp dùng thuật toán đơn hình, hoặc có thể sử dụng phần mềm Excel để giải. Trên cơ sở đó sinh viên tự tìm ra phương án tối ưu bằng một trong các cách giáo viên gợi ý và đưa ra quyết định cho tình huống thực tế. Cuối cùng giáo viên đưa ra đáp án chính xác để các nhóm đối chiếu. Ở đây chúng tôi minh họa kết quả được giải trên phần mềm Excel của tình huống 1 (bảng 3) và tình huống 2 (bảng 4).

Bảng 3. Lời giải của bài toán trong tình huống 1 bằng phần mềm Excel

A	B	C	D	E	F
Tình huống 1:					
	Biến 1	Biến 2	Giá trị về trái	Vế phải	
Hàm mục tiêu	10	9	94		
Ràng buộc 1	1	1	10	10	
Ràng buộc 2	1	0	4	4	
Phương án	4	6			
Vậy cần trồng 4 ha Cà phê và 6 ha Cà cao thì số tiền thu được là lớn nhất					

Bảng 4. Lời giải của bài toán trong tình huống 2 bằng phần mềm Excel

A	B	C	D	E
Tình huống 2				
	Biến 1	Biến 2	Giá trị về trái	Vế phải
Hàm mục tiêu	45	35	514.9999999	
Ràng buộc 1	8	6	89.99999998	90
Ràng buộc 2	1	2	20	20
Ràng buộc 3	1	0	5.999999995	16
Ràng buộc 4	0	1	7.000000002	11
Phương án	6	7		
Vậy gia đình nên mua 6 kg thức ăn loại A và 7 kg thức ăn loại B				

Như vậy, toàn bộ quá trình học tri thức toán là quá trình sinh viên tự “khám phá” kiến thức dưới sự hướng dẫn của giáo viên. Sinh viên đóng vai trò là trung tâm của hoạt động dạy và học, giáo viên đóng vai trò là người hướng dẫn, giúp đỡ khi sinh viên gặp khó khăn trong quá trình đó.

Thông qua giảng dạy toán cao cấp, chúng tôi hướng sinh viên đến tư duy dùng công cụ toán học để tìm phương án tối ưu cho vấn đề thực tiễn đặt ra. Tùy vào vấn đề cần giải quyết mà chúng ta dùng kiến thức mô hình hồi quy tuyến tính hay dùng kiến thức đạo hàm hoặc công cụ toán học khác để đưa ra phương án. Chẳng hạn, với tình huống thực tế sau đây, sinh viên lại dùng kiến thức đạo hàm để giải quyết.

Tình huống 3: Giá dâu tây trong tuần đầu tiên của vụ thu hoạch là 4 dollar trên một thùng dâu tây (1 thùng = 36 lít). Trong mỗi tuần tiếp theo giá sẽ giảm đi 0,1 dollar trên mỗi thùng. Người trồng dâu tây ước tính rằng hiện tại tuần đầu có khoảng 120 thùng dâu tây trên cánh đồng có thể thu hoạch được và lượng dâu tây đến kì thu hoạch đang tăng lên với tỷ lệ 4 thùng trên một tuần. Hỏi người trồng dâu tây nên thu hoạch vào thời điểm nào để nhận được khoản tiền lớn

nhất? Thời điểm đó người ta thu được bao nhiêu thùng dâu tây? Và số tiền lớn nhất mà người trồng dâu tây có thể nhận được là bao nhiêu? [20].

Sinh viên dưới sự hướng dẫn của giáo viên sẽ lập được mô hình toán học và giải nó bằng kiến thức đạo hàm như sau:

Gọi x là số tuần sau khi thu hoạch dâu tây ở tuần đầu tiên.

Tuần đầu tiên có thể thu hoạch được 120 thùng. Lượng dâu tây đến kì thu hoạch tăng lên với tỷ lệ 4 thùng trên một tuần, giá mỗi thùng sẽ giảm đi 0,1 dollar trong mỗi tuần tiếp theo. Vì thế, sau x tuần thì thu hoạch thêm $4x$ thùng dâu tây và giá mỗi thùng giảm đi $0,1x$ (dollar). Gọi R là số tiền thu được sau khi thu hoạch dâu tây, ta có:

$$R = (120 + 4x)(4 - 0,1x) = -0,4x^2 + 4x + 480$$

$$R' = -0,8x + 4$$

$$R' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Bảng 5. Bảng biến thiên của bài toán trong tình huống 3

x	0	5	$+\infty$
R'	+	0	-
R	0	9590	$-\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên (bảng 5) ta thấy người trồng dâu tây nên thu hoạch vào tuần thứ 5 (sau tuần đầu tiên) để nhận được khoản tiền lớn nhất là 9590 (dollar). Vào thời điểm tuần thứ 5 người nông dân thu được 140 thùng dâu tây.

Các khái niệm, định nghĩa, định lý, các công thức tính về đạo hàm, tích phân của hàm số một biến số, sinh viên đã được học rất kĩ ở phổ thông nên khi dạy Toán cao cấp chúng tôi không chú trọng đến hình thành các khái niệm đó mà hướng sinh viên đến ý nghĩa của chúng và ứng dụng chúng như thế nào trong thực tiễn.

Chúng tôi nhấn mạnh đến ý nghĩa của tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ được gọi là *tỷ lệ biến đổi trung bình (average rate of change)* của y theo x trên đoạn $[x; x + \Delta x]$ và giới hạn của tỷ lệ biến đổi trung bình trên đoạn $[x; x + \Delta x]$, khi $\Delta x \rightarrow 0$, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$ được gọi là *tỷ lệ biến đổi tức thời (instantaneous rate of change)* [20].

Từ đó chúng tôi hướng sinh viên đến các khái niệm lợi nhuận biên, doanh thu biên, chi phí biên và các ứng dụng của chúng trên các lĩnh vực khác [21].

Cũng từ ý nghĩa của đạo hàm, mối quan hệ giữa đạo hàm và vi phân, đạo hàm với tích phân, thông qua tình huống thực tế chúng tôi hướng sinh viên khám phá về phương trình vi phân, mô tả được sự thay đổi của một yếu tố theo yếu tố khác.

Tình huống thực tế: Giả sử, chúng ta xem xét điều tra những tác động của việc đánh bắt cá trên một quần thể cá. Giả sử rằng, nếu để tự nhiên, số lượng của quần thể cá tăng với tốc độ là 20% mỗi năm. Giả sử thêm rằng, tốc độ đánh bắt cá của ngư dân ở quần thể này là 10 triệu con mỗi năm. Tốc độ thay đổi của quần thể cá theo thời gian sẽ như thế nào? [20].

Chúng tôi hướng dẫn sinh viên phân tích câu từ, dữ kiện trong tình huống trên để tìm lời giải như sau:

Gọi P là số lượng cá (tính bằng triệu con) của quần thể cá tại thời gian t (tính bằng số năm). Ta đã được cho trước tốc độ tăng trưởng lượng cá của cá quần thể cá trong tự nhiên và tốc độ

đánh bắt của ngư dân đối với quần thể cá này. Suy ra, tốc độ thay đổi của quần thể cá theo thời gian $\frac{dP}{dt}$, sẽ là:

Tốc độ thay đổi của quần thể cá theo thời gian $\frac{dP}{dt}$

Tốc độ tăng trưởng lượng cá của cả quần thể cá trong tự nhiên

Tốc độ đánh bắt của ngư dân trên quần thể cá

Ta có: Tốc độ tăng trưởng lượng cá của cả quần thể cá trong tự nhiên
 $= 20\%$. Số lượng cá hiện tại
 $= 0,2.P$ (triệu con/năm),
 và tốc độ đánh bắt của ngư dân trên quần thể cá $= 10$ (triệu con/năm).
 Vậy suy ra, tốc độ thay đổi của quần thể cá theo thời gian là phương trình sau:

$$\frac{dP}{dt} = 0,2.P - 10$$

Giải phương trình vi phân trên, ta sẽ tìm được hàm mô tả số lượng của quần thể cá P , theo thời gian t :

$$P(t) = 5C.e^{1/5t} + 50$$

Việc áp dụng triết lý dạy học “Toán học thực” tức là toán học gắn với thực tiễn, bắt nguồn từ thực tiễn, dạy học toán học phải gắn với bối cảnh, chúng tôi đã thu được những kết quả tốt, cho thấy hiệu quả của việc dạy học gắn với thực tiễn này. Cụ thể, trên 80% sinh viên được hỏi trả lời việc học môn Toán cao cấp có ích cho học tập môn chuyên ngành và thực tiễn nghề nghiệp, khoảng 70% sinh viên biết sử dụng công cụ toán học giải quyết các tình huống đơn giản trong thực tiễn.

3. Kết luận

Dạy học toán gắn với bối cảnh thực tiễn (RME) được nghiên cứu và áp dụng rộng rãi ở nhiều quốc gia trên thế giới ở các cấp học từ phổ thông đến đại học. Ở Việt Nam, nhấn mạnh đến việc đào tạo người học năng lực mô hình hóa, từ đó gắn kết toán học với thực tiễn cuộc sống. Trong bài viết này, chúng tôi đã sơ lược về khái niệm và các đặc điểm của RME, làm rõ được việc áp dụng ý tưởng RME trong dạy học môn Toán cao cấp ở Trường Đại học Nông Lâm Thái Nguyên như thế nào và khẳng định tính hiệu quả khi áp dụng quan niệm “dạy toán học trong bối cảnh”.

TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

- [1] T. N. Doan and C. D. Tran, *Math in Today's World*. Science and Technics Publishing House, 1976.
- [2] B. K. Nguyen, *Teaching methods of mathematics*. Pedagogical University Press, 2015.
- [3] T. T. Phan, "Some issues on developing teaching capacity according to the theoretical approach of real mathematics education for university students of mathematics pedagogy," *Education Journal*, vol. 489, pp. 38-42, 2020.
- [4] V. D. Heuvel and M. PanHuiZen, *Assessment and realistic mathematics education*, Utrecht: CD-b Press/Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.
- [5] D. N. Nguyen, "Some problems in mathematics education associated with practice," (in Vietnamese), *Education Journal*, vol. 487, pp. 15-21, 2020.
- [6] K. Gravemeijer, *Developing Realistic Mathematics Education*, Utrecht: Freudenthal Institute, 1994.
- [7] T. T. Nguyen, A. T. Kim, and B. D. Nguyen, "Applying mathematical theory to practice in teaching mathematics," *Education Journal*, vol. 458, pp. 37-44, 2019.
- [8] C. Rasmussen and K. King, "Locating starting points in differential equations: A realistic mathematics Approach," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 31, pp. 161-172, 2000.

-
- [9] O. N. Kwon, "The effects of calculator-based ranger activities on students' graphing ability," *School Science & Mathematics*, vol. 102, no. 2, pp. 5-15, 2002.
- [10] M. K. Ju and O. N. Kwon, "Analysis of students' use of metaphor: the case of an RME-based differential equations course," *Journal of the Korea Society of Mathematical Education*, vol. 228, no. 1, pp. 19-30, 2004.
- [11] T. A. Le, "Applying Realistic Mathematics Education in Vietnam: Teaching middle school geometry," PhD Thesis in mathematics education, University of Potsdam, 2007.
- [12] C. Tran and D. Thuy, "Study mathematical theory associated with practice and apply practical exercises in teaching mathematics," *Education Journal*, Special Issue 2, pp. 165-169, 2018.
- [13] V. D. HeuVel and M. PanHuiZen, "The role of contexts in assessment problems in mathematics," *For the Learning of Mathematics*, vol. 25, no. 2, pp. 2-9, 2005.
- [14] H. Freudenthal, *Revisiting mathematics education*, China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [15] D. Edwards and M. Hamson, *Guide to mathematical modeling*, Basingstoke: Palgrave, 2001.
- [16] L. Streefland, *Fraction in realistic mathematics education, a paradigm of development research*, Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1991.
- [17] K. Gravemeijer and M. Doorman, "Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example," *Educational Studies in mathematics*, vol. 39, pp. 111-129, 1999.
- [18] J. De Lange, *Mathematics, insight and meaning*, OW&OC, Utrecht University, Utrecht, The Netherlands, 1987.
- [19] B. H. Nguyen, "The real problem is reduced to a system of first - degree inequalities in two variables," 2018. [Online]. Available: <https://toanmath.com/>. [Accessed Sept. 20, 2021].
- [20] L. Edwards, *Calculus an applied approach seventh edition*, Houghton Mifflin Company, New York, 2006.
- [21] D. T. Le, *Advanced Mathematics for Economists*. Statistical Publisher, Ha Noi, 2005.