

REPRESENTATION OF 3D LIVER MODELS BASED ON CONFORMAL MAP AND SPHERICAL HARMONICS

Le Cong Doan, Huynh Cao The Cuong*

An Giang University

ARTICLE INFO		ABSTRACT
Received:	17/4/2023	The three-dimensional (3D) models have been widely used in many fields such as education, healthcare, and entertainment because they provide a comprehensive appearance of objects in 3D coordinate system. In the healthcare field, for example, 3D models are often used to simulate internal organs, as well as surgical planning or for training purposes new technologies. However, the 3D structure of organs is mostly complex, and processing requires a lot of skills and experience from experts. This paper presents a method for representing 3D modes based on conformal map and spherical harmonics. Firstly, the conformal map is used to transform the source model in sphere coordinate. Then the spherical harmonics is applied to represent the mapped model in different resolution and details. In the experimental section, we simulated the human liver using a public dataset, Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention (MICCAI) SLIVER07. The results showed that the proposed method is effective in representing liver model.
Revised:	25/5/2023	
Published:	25/5/2023	
KEYWORDS		
Liver		
3D Model		
Spherical harmonics		
Conformal map		
Representation		

BIỂU DIỄN MÔ HÌNH 3D CỦA GAN DỰA TRÊN ÁNH XẠ BẢO GIÁC VÀ HÀM ĐIỀU HOÀ CẦU

Lê Công Đoàn, Huỳnh Cao Thế Cường*

Trường Đại học An Giang

THÔNG TIN BÀI BÁO		TÓM TẮT
Ngày nhận bài:	17/4/2023	Mô hình 3D được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như giáo dục, y tế và giải trí. Chẳng hạn trong lĩnh vực y tế, mô hình 3D thường được ứng dụng để mô phỏng các cơ quan bên trong cơ thể người, cũng như lập kế hoạch phẫu thuật hoặc sử dụng trong huấn luyện các công nghệ mới. Tuy nhiên, cấu trúc 3D của các cơ quan thường phức tạp và việc xử lý sẽ đòi hỏi nhiều kỹ năng và kinh nghiệm của các chuyên gia. Bài báo này sẽ trình bày một phương pháp để biểu diễn lại mô hình 3D của gan dựa trên ánh xạ đồng dạng (conformal map) và hàm điều hòa cầu (spherical harmonics). Trước hết, ánh xạ đồng dạng sẽ được dùng để chuyển mô hình nguồn sang không gian hình cầu. Sau đó, hàm điều hòa cầu được áp dụng để biểu diễn lại mô hình với các độ phân giải và mức độ chi tiết khác nhau. Phần thực nghiệm, chúng tôi tiến hành mô phỏng trên gan người, sử dụng cơ sở dữ liệu MICCAI 2007. Kết quả cho thấy, phương pháp đề xuất hiệu quả cho việc biểu diễn mô hình 3D của gan.
Ngày hoàn thiện:	25/5/2023	
Ngày đăng:	25/5/2023	
TỪ KHÓA		
Gan		
Mô hình 3D		
Hàm điều hòa cầu		
Ánh xạ bảo giác		
Biểu diễn		

DOI: <https://doi.org/10.34238/tnu-jst.7763>

* Corresponding author. Email: hctcuong@agu.edu.vn

1. Giới thiệu

Mô hình 3D của đối tượng được sử dụng phổ biến trong nhiều lĩnh vực do nó cung cấp một góc nhìn tổng thể về đối tượng trong không gian ba chiều. Trong lĩnh vực y tế, mô hình 3D được áp dụng trong việc phát hiện và chẩn đoán bệnh. Chẳng hạn, bác sĩ có thể căn cứ vào hình ảnh để chẩn đoán sớm các bệnh và tìm ra cách chữa trị hiệu quả [1] - [3]. Trong giai đoạn lập kế hoạch phẫu thuật, bác sĩ cũng có thể xem trước cơ quan sẽ được phẫu thuật, dự đoán kết quả hậu phẫu thuật để đưa ra phương pháp phẫu thuật tối ưu. Trong thực tế ảo, mô hình 3D có vai trò quan trọng trong việc huấn luyện và thực hành các phương pháp mới. Tóm lại, mô hình 3D có thể giúp bác sĩ và nhân viên y tế hiểu rõ hơn về cấu trúc của cơ thể, giúp tối ưu hóa phương pháp phẫu thuật và chữa trị, giảm thiểu rủi ro và tăng khả năng chữa trị [4].

Gan, một bộ phận to nhất ở vùng bụng, đóng vai trò quan trọng việc ngăn chặn chất độc đi trực tiếp vào máu, cũng như sản sinh ra dịch mật trợ giúp hệ tiêu hoá. Điều này dẫn đến việc gan thường bị quá tải cũng như nhiễm độc. Không giống như một số bộ phận khác, chức năng gan không thay thế được bằng thiết bị hỗ trợ [5], và do đó việc phát hiện sớm và có các phương pháp điều trị hiệu quả sẽ giúp duy trì sự sống cho bệnh nhân. Một thống kê về bệnh ung thư (cancer) năm 2020 [6] cho thấy, tỷ lệ người nhiễm mới và tử vong do ung thư gan chiếm 4,7% (905.677) và 8,3% (830.180) trong tổng số các loại ung thư được khảo sát. Theo đó tỷ lệ mắc ở gan xếp ở vị trí thứ 7. Việc hiểu rõ về mô hình 3D của gan sẽ góp phần quan trọng trong việc chẩn đoán và điều trị.

Mô hình 3D của gan cần được biểu diễn trong không gian đơn giản để thuận lợi cho mô phỏng và phân tích. Để mô hình hoá 3D của gan, vùng gan cần được trích xuất từ tập ảnh 2D (slices). Như đã biết, kết quả thu được từ ảnh quét của gan có thể chứa rất nhiều cơ quan lân cận, chẳng hạn thận (kidneys), lách (spleen), xương (bones) và các mạch máu (blood vessels) [7]. Trước hết, phần gan từ ảnh 2D sẽ được trích xuất. Sau đó, mô hình 3D của gan sẽ được tái tạo để phục vụ cho xử lý, phân lớp hoặc mô phỏng. Một trong những thuật toán phổ biến được dùng để xây dựng hình ảnh 3D từ một tập ảnh 2D là Marching Cube [8]. Tuy nhiên, mô hình được tái tạo chứa một số lượng lớn các đỉnh và đa giác. Độ phân giải của mô hình tùy thuộc vào số lượng ảnh 2D trong tập đầu vào. Ví dụ, tập chứa 394 ảnh 2D sẽ sinh ra một mô hình 3D với 250 ngàn đỉnh (vertex) và 500 ngàn mặt (triangle). Mô hình với độ phân giải quá lớn sẽ tốn chi phí xử lý, lưu trữ trích xuất và mô phỏng thời gian thực. Do đó, việc biểu diễn lại mô hình 3D của gan trong không gian đơn giản hơn sẽ giúp giải quyết những hạn chế vừa nêu.

Trong những thập kỷ qua, hàm điều hòa cầu (spherical harmonics, SH) và ánh xạ bảo giác (conformal mapping, CM) là hai công cụ quan trọng trong việc xử lý mô hình 3D. Trong nghiên cứu của Huang và đồng nghiệp [9], SH được dùng để căn chỉnh (alignment) bề mặt và ứng dụng trong phân tích ảnh MRI (Magnetic Resonance Imaging) tim. Trong khi Papadakis [10] đã sử dụng các thuộc tính của SH trong bài toán truy vấn hình dạng 3D (3D shape). SH cũng được sử dụng trong bài toán nhận dạng mặt người [11]. SH cũng được ứng dụng trong lĩnh vực y tế. Cụ thể, Mofrad và đồng sự [12] đã dựa vào các hệ số (coefficients) của SH để phân lớp gan khỏe và gan bị nhiễm bệnh. Trong khi đó, Bergamasco [13] áp dụng SH để xử lý, truy vấn các đối tượng và ứng dụng cho việc chẩn đoán bệnh suy tim. Trong một nghiên cứu gần đây, Mukhaimar [14] đã sử dụng SH và mạng tích chập (Convolutions Neural Networks) trong bài toán phân lớp đối tượng. Tác giả kết luận rằng, phương pháp đề xuất giúp tăng hiệu suất của bài toán và giảm bớt số lượng tham số được huấn luyện. Nhiều nghiên cứu đã ứng dụng CM để phân tích mô hình 3D. Chẳng hạn, Gu [15] dựa vào CM để phân tích bề mặt vỏ não. Choi [16] đã đánh dấu các điểm trên sáu rãnh của hai vỏ não cần phân tích, sau đó sử dụng CM để chuyển mô hình não sang hình cầu dựa trên các ràng buộc của các rãnh. Le [17] đã sử dụng phương pháp tương tự để tìm phân vùng gan có hình dáng tương đồng, được áp dụng trong phẫu thuật cấy ghép gan. CM cũng được áp dụng trong việc đăng ký khuôn mặt 3D (face registration) và biến đổi cảm xúc (face expression) [18], [19].

Trong nghiên cứu của Gu [15], tác giả giới thiệu sơ lược về việc sử dụng CM và SH cho việc nén mô hình vỏ não. Tuy nhiên, tác giả chưa trình bày chi tiết các bước thực hiện. Trong bài báo này, SH và CM sẽ được sử dụng để biểu diễn lại mô hình 3D của gan. Trước hết mô hình 3D sẽ được chuyển sang không gian hình cầu đơn vị (unit sphere) dựa vào CM. Sau đó, SH được sử dụng để biểu diễn lại mô hình 3D dưới những độ rộng băng thông (bandwidth) khác nhau. Phương pháp đề xuất được thực nghiệm trên bộ dữ liệu gan được công bố công khai. Phần còn lại của bài báo được tổ chức như sau. Mục 2 sẽ giới thiệu chi tiết phương pháp CM và SH. Mục 3 sẽ trình bày kết quả nghiên cứu và thảo luận. Phần kết luận sẽ được thể hiện trong mục 4.

2. Phương pháp nghiên cứu

CM là công cụ được sử dụng để biến đổi các hình dạng phức tạp thành các hình dạng đơn giản hơn. Cụ thể, CM có thể được sử dụng để cải thiện chất lượng của các mô hình 3D bằng cách giảm nhiễu, cải thiện độ chính xác và khả năng mô phỏng, cũng như tạo ra các mô hình 3D từ các dữ liệu đầu vào khác nhau (hình ảnh y tế hoặc dữ liệu mô phỏng) [20]. Trong khi đó, SH được sử dụng để mô tả các đối tượng 3D và giải quyết các vấn đề phân tích không gian 3D. Cụ thể, nó được sử dụng để phát triển các phương pháp tiền xử lý cho mô hình 3D, giúp tăng tốc quá trình tính toán và làm giảm lượng dữ liệu cần lưu trữ. Nó cũng có thể được sử dụng để tạo ra các mô hình 3D từ các bộ dữ liệu khác nhau, chẳng hạn như ảnh chụp X-quang.

2.1. Ánh xạ bảo giác

Tham số hoá (parameterization) là việc xác định một ánh xạ một-một (bijective map), duy nhất (uniform) để chuyển từ mô hình nguồn sang một không gian phù hợp, ví dụ hình cầu đơn vị S^2 . Ánh xạ cần cực tiểu biến dạng góc cục bộ và bảo toàn diện tích. Dựa vào điều kiện cực tiểu hàm năng lượng (energy function), có thể chia thành bốn loại, bao gồm: planar map (bỏ qua các biến dạng), conformal map (cực tiểu biến dạng góc cục bộ), equiareal mapping (ánh xạ bảo toàn diện tích) và isometric map (cực tiểu biến dạng góc và diện tích). Trong đó, ánh xạ bảo giác được xem là phù hợp cho việc tham số hoá bảo toàn thông tin hình học của mô hình [15].

Cho một mô hình dạng hình cầu (genus zero) $\mathcal{M}$ và một vector chuẩn hoá (normal vector) $\vec{n}(v)$ tại mỗi đỉnh v trên $\mathcal{M}$. Ánh xạ Gauss map $N: \mathcal{M} \rightarrow S^2$ được định nghĩa bởi:

$$N(v) = \vec{n}(v) \quad (1)$$

Đặt $(\mathcal{T}, h)$ là một lưới (mesh) được định nghĩa trên một phức đơn hình (simplicial complex, [21], trang 2651) $\mathcal{T}$, h là hàm nhúng $|\mathcal{T}|$ trong $\mathbb{R}^3$, như vậy, $h: |\mathcal{T}| \rightarrow \mathbb{R}^3$.

Gọi $\{u, v\}$ là một cạnh tạo bởi hai đỉnh u, v . Hàm năng lượng (energy function) với mỗi cạnh được định nghĩa bởi:

$$\mathcal{E}(h) = \langle h, h \rangle = \sum_{\{u,v\} \in \text{Edge}(\mathcal{T})} \Psi_{u,v} (h(u) - h(v))^2, \quad (2)$$

trong đó, $\Psi_{u,v}$ là một hằng số (constans). Nếu đặt $\Gamma_\omega = \{v_1, v_2, v_3\}$, và Γ_σ là hai tam giác có chung một cạnh $\{u, v\}$ và

$$\begin{aligned} a_{v_1, v_2}^\omega &= \frac{1}{2} \frac{(v_1 - v_3) \cdot (v_2 - v_3)}{|(v_1 - v_3) \times (v_2 - v_3)|} \\ a_{v_2, v_3}^\omega &= \frac{1}{2} \frac{(v_2 - v_1) \cdot (v_3 - v_1)}{|(v_2 - v_1) \times (v_3 - v_1)|} \\ a_{v_3, v_1}^\omega &= \frac{1}{2} \frac{(v_3 - v_2) \cdot (v_1 - v_2)}{|(v_3 - v_2) \times (v_1 - v_2)|} \end{aligned}$$

Các tham số của tam giác Γ_σ cũng được định nghĩa tương tự. Khi:

$$\Psi_{u,v} = a_{u,v}^\omega + a_{u,v}^\sigma, \quad (3)$$

thì hàm năng lượng được gọi là hàm năng lượng điều hòa (harmony energy). Trong trường hợp thông thường ($\Psi_{u,v} = 1$), thì hàm năng lượng gọi là năng lượng Tuette.

Các bước xác định ánh xạ bảo giác được mô tả trong [15] bao gồm ba bước chính:

B1: Tìm ánh xạ Gauss như trong công thức (1);

B2: Tìm ánh xạ cực tiểu (2) ứng với hàm năng lượng Tuette (khi $\Psi = 1$);

B3: Bước cuối cùng sẽ tìm ánh xạ đồng nhất cực tiểu (2) với hàm năng lượng điều hòa (3).

Lưu ý: Hàm năng lượng sẽ giảm dần sau mỗi bước, và dần tiến đến 0. Để đảm bảo thuật toán kết thúc, cần cho trước một giá trị ngưỡng ϵ hoặc số lượng vòng lặp η ở các bước 2 và 3. Giá trị cụ thể sẽ được xác định trong thực nghiệm.

2.2. Hàm điều hòa cầu

Trong toán học, SH $f(\theta, \varphi)$ là hàm được định nghĩa trên hình cầu bởi sự kết hợp tuyến tính của các hệ số điều hòa C_l^m (harmonic coefficients) và các hàm cơ sở trực giao $Y_l^m(\theta, \varphi)$ (basic function) ở mức độ l và thứ tự m . Nó được mô tả như sau:

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{l \in \mathbb{N}_+[0, L]} \sum_{m \in [-l, l]} Y_l^m(\theta, \varphi) C_l^m \quad (4)$$

Trong biểu thức (4), L là độ mở rộng (bandwidth) và

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (5)$$

Trong đó:

$$P_l^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{dx^m} (P_l(x)) \quad (6)$$

$$\text{và: } P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} [(x^2 - 1)^l], x \in [-1, 1]$$

Để tìm hệ số C_l^m , công thức (4) có thể được viết lại dưới dạng phương trình sau:

$$YC = f \quad (7)$$

Trong đó,

$$f = \begin{bmatrix} x_1(\theta_1, \varphi_1) & y_1(\theta_1, \varphi_1) & z_1(\theta_1, \varphi_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n(\theta_n, \varphi_n) & y_n(\theta_n, \varphi_n) & z_n(\theta_n, \varphi_n) \end{bmatrix}$$

$$Y[y_{lm}(\theta, \varphi)] = \begin{bmatrix} y_{00}(\theta_1, \varphi_1) & y_{-11}(\theta_1, \varphi_1) & y_{01}(\theta_1, \varphi_1) & \dots & y_{LL}(\theta_1, \varphi_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{00}(\theta_n, \varphi_n) & y_{-11}(\theta_n, \varphi_n) & y_{01}(\theta_n, \varphi_n) & \dots & y_{LL}(\theta_n, \varphi_n) \end{bmatrix}$$

$$C[c_{lm}^x, c_{lm}^y, c_{lm}^z] = \begin{bmatrix} c_{00}^x & c_{00}^y & c_{00}^z \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{LL}^x & c_{LL}^y & c_{LL}^z \end{bmatrix}$$

Với n là số lượng đỉnh trong mô hình.

Theo định lý 3.2 trong [22], áp dụng phép phân rã ma trận SVD (Singular value Decomposition) trên Y . Phương trình (7) có thể được giải như sau:

$$\tilde{C} = V \Sigma^+ U^T f \quad (8)$$

Trong công thức trên, V, U là ma trận bên trái và phải của phép phân tích SVD. Σ^+ là ma trận đường chéo với các phần tử được xác định bởi:

$$\tilde{\lambda}_{ii} = \begin{cases} 1/\lambda_{ii} & \text{nếu } \lambda_{ii} > \tau \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}, \quad (9)$$

λ_{ii} là phần tử trên đường chéo của Σ

Sau khi thu được hệ số C_l^m , một điểm trong mô hình mục tiêu được xác định công thức (4). Trong đó, $\theta \in [0, \pi]$, và $\varphi \in [0, 2\pi]$. Tùy theo yêu cầu, có thể điều chỉnh bước tăng $d\theta$ của θ và $d\varphi$ của φ . $d\theta$ và $d\varphi$ càng nhỏ thì số lượng điểm trên mô hình cuối cùng càng lớn. Bên cạnh đó, L sẽ quyết định độ chi tiết của mô hình.

Việc biểu diễn mô hình sử dụng SH được tóm tắt như sau:

B1: Sử dụng kết quả của ánh xạ h ở mục 2.1 để tính $Y_l^m(\theta, \varphi)$ theo công thức (5).

Với $\theta = \arccos\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}\right)$, $\varphi = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$

B2: Tìm C_l^m theo công thức (7)

B3: Áp dụng công thức (4) để xác định tọa độ một điểm trong mô hình cuối cùng.

Gọi $\alpha(v)_i$ và $\alpha(v'_i)$ là độ lớn góc thứ i của mô hình ban đầu và mô hình được ánh xạ trên hình cầu tương ứng, $\overline{\alpha_m}$ là độ biến dạng góc trung bình trên mô hình thứ m . Độ biến dạng góc trung bình ($\bar{\alpha}$) của $|m|$ mẫu được tính như sau:

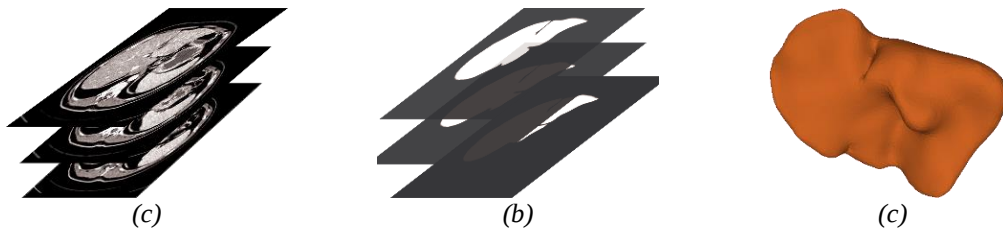
$$\overline{\alpha_m} = \frac{\sum_i |\alpha(v_i) - \alpha(v'_i)|}{n}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\sum_1^{|m|} \overline{\alpha_m}}{|m|} \quad (10)$$

Hàm điều hòa cầu được áp dụng để biểu diễn lại mô hình, sau khi thu được ánh xạ bảo toàn góc. Qua thực nghiệm, chúng tôi thiết lập các tham số cho $L = 32$, $d\theta = d\varphi = 1,5$, giá trị ngưỡng τ trong công thức (9) được thiết lập bằng 0,03. Trong đó, L quyết định độ chi tiết của mô hình kết quả, $d\theta, d\varphi$ cho phép điều chỉnh độ phân giải (số lượng đỉnh và mặt trên mô hình).

3. Kết quả và thảo luận

3.1. Cơ sở dữ liệu

Phương pháp đề xuất trong bài báo được cài đặt bằng ngôn ngữ C/C++ trên hệ điều hành Ubuntu, với máy tính có cấu hình 2.4GH CPU và 8GB RAM. Chúng tôi cũng sử dụng Qt [23] và Visualization Toolkit (VTK) [24] để cài đặt các thuật toán xử lý hình ảnh 3D cơ bản và trích xuất (render), như đọc ảnh CT và Marching Cube.



Hình 1. Minh họa 3 lát ảnh CT gan (a), được gán nhãn (b), và mô hình 3D tương ứng xem ở mặt sau (posterior view) (c), Màu sắc của mô hình được dùng cho mục đích minh họa.

Bộ dữ liệu SLIVER07 [25], bao gồm 20 ảnh chụp CT của gan được chọn từ 20 bệnh nhân khác nhau được sử dụng trong thực nghiệm. Cả 20 ảnh đều được gán nhãn vùng gan. Tất cả ảnh có độ phân giải 521×512 pixel. Mỗi ảnh CT chứa từ 64 đến 394 lát (slice). Bộ dữ liệu SLIVER07 có thể được sử dụng để phát triển và đánh giá các thuật toán phân đoạn gan tự động, cũng như các công cụ hỗ trợ chẩn đoán và theo dõi các khối u trong gan. Nó cũng có thể được sử dụng để nghiên cứu và phát triển các phương pháp xử lý ảnh y tế khác liên quan đến gan. Trong thực nghiệm các ảnh được gán nhãn sẽ được chuyển sang ảnh 3D sử dụng thuật toán Marching Cube và được rút gọn còn 5.000 đỉnh với khoảng 10.000 mặt, xem Hình 1.

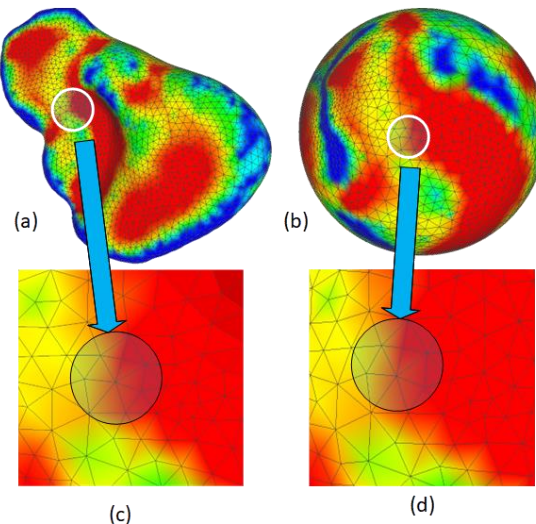
3.2. Các thông số và kết quả thực nghiệm

Như đã trình bày ở mục 2, để đảm bảo thuật toán ánh xạ kết thúc, hai giá trị ngưỡng sẽ được sử dụng, bao gồm ϵ (xác định lỗi của hàm năng lượng) và η (số vòng lặp tối đa của quá trình tìm ánh xạ tối ưu). Với giá trị ϵ càng nhỏ và η càng lớn, độ biến dạng góc của phép ánh xạ sẽ nhỏ, nghĩa là hình thái học của đối tượng sẽ được bảo toàn, tuy nhiên thời gian thực thi sẽ lớn. Để cân bằng giữa thời gian thực thi và độ biến dạng, trong phần thực nghiệm, giá trị của ϵ và η được gán bằng 10^{-5} và 2×10^4 . Bảng 1 cho thấy kết quả về thời gian thực thi và độ biến dạng góc của 20 mô hình từ dữ liệu MICCAI.

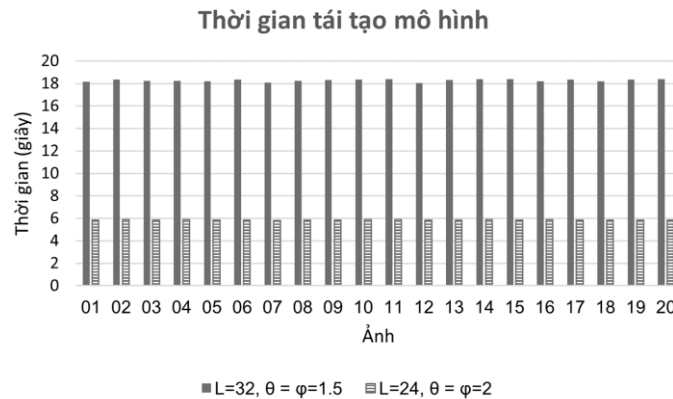
Bảng 1. Kết quả của phép ảnh xạ bảo giác

Ảnh	Thời gian (giây)	Biến dạng góc (độ)
Liver01	80,7	2,2
Liver02	64,2	1,4
Liver03	94,9	1,5
Liver04	86,8	1,3
Liver05	414,3	1,6
Liver06	79,6	2,4
Liver07	83,1	1,5
Liver08	78,3	1,5
Liver09	82,5	1,5
Liver10	69,5	1,5
Liver11	106,6	1,9
Liver12	83,4	1,5
Liver13	79,7	1,5
Liver14	65,6	1,1
Liver15	79,5	1,6
Liver16	491,6	1,1
Liver17	67,1	1,4
Liver18	88,3	1,7
Liver19	88,8	2,2
Liver20	64,1	1,3
Trung bình	117,4	1,6

Có thể thấy rằng, thời gian ảnh xạ trung bình là 117,4 giây, ngắn nhất ở trường hợp Liver20 (64,1 giây) và dài nhất ở Liver16 (491,6 giây). Điều này là do cấu trúc hình học của mỗi mô hình khác nhau, dẫn đến tốc độ hội tụ khác nhau. Nhưng nhìn chung, độ biến dạng góc trung bình của 20 mẫu là nhỏ, khoảng 1,6 độ, với giá trị nhỏ nhất ở trường hợp 14 và 16 (với 1,1 độ). Hình 2 minh họa một mảnh trên mô hình nguồn và ảnh xạ tương ứng của nó trên hình cầu. Trong đó, màu sắc trên bề mặt thể hiện cho độ cong trung bình (mean curvature) cho mục đích quan sát.

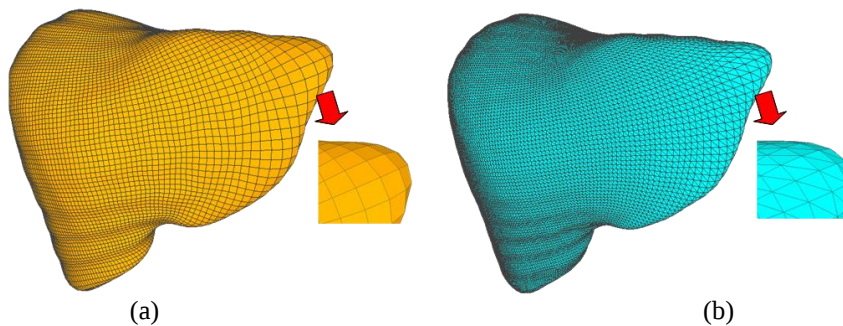
**Hình 2.** Một mảnh trên mô hình nguồn (a, c) và ảnh xạ của nó (b, d)

Thời gian tái tạo mô hình trung bình là 18,3 giây, mô hình kết quả chứa khoảng 28.562 đỉnh và 57.120 mặt. Chúng tôi thực hiện một thực nghiệm khác với $L = 24, d\theta = d\varphi = 2$, mô hình kết quả chứa 16.022 đỉnh và 32.040 mặt. Thời gian tái tạo được thể hiện trong Hình 3.



Hình 3. Thời gian tái tạo mô hình với các tham số đã cho

Lưu ý rằng, mô hình kết quả được tái tạo bởi rời rạc phép tích phân (integral) theo toạ độ cực (polar) và phương vị (azimuthal). Do đó, về mặt hình học, mô hình được tạo thành từ tập hợp các hình tứ giác, ngoại trừ ở hai cực. Tuy nhiên, chúng ta có thể dễ dàng tam giác hoá chúng nếu có nhu cầu, như Hình 4.



Hình 4. Biểu diễn dạng tứ giác (a) và tam giác (b) của mô hình kết quả

4. Kết luận

Vùng bụng người cấu thành từ những cơ quan có cấu trúc 3D phức tạp và hầu hết đều nằm bên trong. Sự tiến bộ của khoa học công nghệ đã giúp các bác sĩ X-quang (radiologist) và các chuyên gia phẫu thuật (surgeon) có thể quan sát các cơ quan bên trong mà không cần phẫu thuật. Do đó, việc hiểu sâu về cấu trúc của gan rất quan trọng. Trong bài báo này, chúng tôi đã trình bày một phương pháp dựa trên sự kết hợp CM và SH cho việc biểu diễn lại mô hình gan 3D và phân tích các kết quả dựa trên các tham số. Bằng việc thay đổi các tham số, mô hình có thể được biểu diễn dưới độ chi tiết và độ phân giải khác nhau. Theo kiến thức của chúng tôi, hiện chưa có nghiên cứu nào áp dụng kết hợp hai phương pháp và thực nghiệm trên bộ dữ liệu MICCAI SLIVER07. Do đó, kết quả thực nghiệm trong bài báo chủ yếu dựa vào việc tinh chỉnh các tham số. Trong tương lai, chúng tôi sẽ tiến hành phân tích sâu hơn các kết quả định lượng và đề xuất một hệ thống mô phỏng việc cắt ghép dựa trên thông tin giải phẫu học của gan.

Lời cảm ơn

Chúng tôi xin cảm ơn các tác giả của MICCAI SLIVER07, đã cung cấp một bộ dữ liệu hữu ích cho việc nghiên cứu về gan người. Chúng tôi cũng cảm ơn các phản biện đã đóng góp những ý kiến giúp hoàn chỉnh bài báo này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

- [1] Y. Oshiro and N. Ohkohchi, "Three-Dimensional Liver Surgery Simulation: Computer-Assisted Surgical Planning with Three-Dimensional Simulation Software and Three-Dimensional Printing," *Tissue Eng. Part A*, vol. 23, no. 11-12, pp. 474-480, Jun. 2017, doi: 10.1089/ten.TEA.2016.0528.
- [2] W. Lamadé, G. Glombitza, L. Fischer, P. Chiu, C. E. Cárdenas Sr, M. Thorn, H. Meinzer, L. Grenacher, H. Bauer, T. Lehnert, C. Herfarth, "The impact of 3-dimensional reconstructions on operation planning in liver surgery," *Arch. Surg.*, vol. 135, no. 11, pp. 1256-1261, Nov. 2000, doi: 10.1001/archsurg.135.11.1256.
- [3] C. Fang, J. An, A. Bruno, X. Cai, J. Fan, J. Fujimoto, R. Golfieri, X. Hao, H. Jiang, L. R. Jiao, "Consensus recommendations of three-dimensional visualization for diagnosis and management of liver diseases," *Hepatology International*, vol. 14, no. 4, pp. 437-453, 2020, doi: 10.1007/s12072-020-10052-y.
- [4] C. T. Yeo, A. MacDonald, T. Ungi, A. Lasso, D. Jalink, B. Zevin, G. Fichtinger, S. Nanji, "Utility of 3D Reconstruction of 2D Liver Computed Tomography/Magnetic Resonance Images as a Surgical Planning Tool for Residents in Liver Resection Surgery," *J. Surg. Educ.*, vol. 75, no. 3, pp. 792-797, May - Jun 2018, doi: 10.1016/j.jsurg.2017.07.031.
- [5] R. László, "Automated segmentation methods for liver analysis in oncology applications," Ph.D thesis, University of Szeged, 2014.
- [6] H. Sung, J. Ferlay, R. L. Siegel, M. Laversanne, I. Soerjomataram, A. Jemal, and F. Bray, "Global Cancer Statistics 2020: GLOBOCAN Estimates of Incidence and Mortality Worldwide for 36 Cancers in 185 Countries," *CA: A Cancer Journal for Clinicians*, vol. 71, no. 3, pp. 209-249, 2021, doi: 10.3322/caac.21660.
- [7] R. G. Mohamed, N. A. Seada, S. Hamdy, and M. G. Mostafa, "An Adaptive Method for Fully Automatic Liver Segmentation in Medical MRI-Images," *International Journal of Computer Applications*, vol. 179, no. 4, pp. 12-18, 2017, doi: 10.5120/ijca2017915917.
- [8] W. E. Lorensen and H. E. Cline, "Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm," presented at the *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, 1987, doi: 10.1145/37401.37422.
- [9] H. Huang, L. Shen, R. Zhang, F. Makedon, B. Hettelman, and J. Pearlman, "Surface Alignment of 3D Spherical Harmonic Models: Application to Cardiac MRI Analysis," in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005, pp. 67-74.
- [10] P. Papadakis, I. Pratikakis, S. Perantonis, and T. Theoharis, "Efficient 3D shape matching and retrieval using a concrete radialized spherical projection representation," *Pattern Recognition*, vol. 40, no. 9, pp. 2437-2452, 2007, doi: 10.1016/j.patcog.2006.12.026.
- [11] P. Liu, D. Huang, Z. Zhang, and L. Chen, "Learning the Spherical Harmonic Features for 3-D Face Recognition," *IEEE transactions on image processing : a publication of the IEEE Signal Processing Society*, vol. 22, 2012, doi: 10.1109/TIP.2012.2222897.
- [12] F. Babapour Mofrad, R. Zoroofi, A. Tehrani-Fard, S. Akhlaghpour, and Y. Sato, "Classification of Normal and Diseased Liver Shapes based on Spherical Harmonics Coefficients," *Journal of Medical Systems*, vol. 38, p. 20, 2014, doi: 10.1007/s10916-014-0020-6.
- [13] L. C. C. Bergamasco, C. E. Rochitte, and F. L. S. Nunes, "3D medical objects processing and retrieval using spherical harmonics: a case study with congestive heart failure MRI exams," in *Proceedings of the 33rd Annual ACM Symposium on Applied Computing*, 2018, doi: 10.1145/3167132.3167168.
- [14] A. Mukhaimar, R. Tennakoon, C. Y. Lai, R. Hoseinnezhad, and A. Bab-Hadiashar, "Robust Object Classification Approach Using Spherical Harmonics," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 21541-21553, 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3151350.
- [15] X. Gu, Y. Wang, T. F. Chan, P. M. Thompson, and S.-T. Yau, "Genus Zero Surface Conformal Mapping and Its Application to Brain Surface Mapping," in *Information Processing in Medical Imaging*, C. Taylor and J. A. Noble, Eds., Springer, Berlin Heidelberg, 2003, pp. 172-184.
- [16] P. T. Choi, K. C. Lam, and L. M. Lui, "FLASH: Fast Landmark Aligned Spherical Harmonic Parameterization for Genus-0 Closed Brain Surfaces," *Siam Journal on Imaging Sciences*, vol. 8, no. 1, pp. 67-94, 2015, doi: 10.1137/130950008.

-
- [17]D. C. Le, J. Chansangrat, N. Keeratibharat, and P. Horkaew, "Symmetric Reconstruction of Functional Liver Segments and Cross-Individual Correspondence of Hepatectomy," *Diagnostics*, vol. 11, no. 5, 2021, doi: 10.3390/diagnostics11050852.
- [18]M.-H. Yueh, X. Gu, W.-W. Lin, C.-T. Wu, and S.-T. Yau, "Conformal Surface Morphing with Applications on Facial Expressions," *arXiv*, vol. arXiv:1504.00097, 2015.
- [19]K. Qian, K. H. Su, J. L. Zhang, and Y. H. Li, "A 3D face registration algorithm based on conformal mapping," *Concurrency and Computation-Practice & Experience*, vol. 30, no. 22, Nov. 25 2018, doi: doi: 10.1002/cpe.4654.
- [20]K. Rose, E. Praun, and A. Sheffer, "Mesh Parameterization Methods and Their Applications," *Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision*, vol. 2, no. 2, pp. 105-171, 2006, doi: 10.1561/06000000011.
- [21]A. U. Frank, "Simplicial Complex," in *Encyclopedia of Database Systems*, L. Liu and M. T. Özsu Eds. Boston, MA: Springer US, 2009, pp. 2651-2657.
- [22]J. W. Demmel, *Applied numerical linear algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
- [23]"Qt." [Online]. Available: <https://www.qt.io/>. [Accessed March 20, 2023].
- [24]"Visualization Toolkit." [Online]. Available: <https://vtk.org/> [Accessed March 20, 2023].
- [25]T. Heimann, B. Van Ginneken, M. A. Styner, Y. Arzhaeva, V. Aurich, C. Bauer, A. Beck, C. Becker, R. Beichel, G. Bekes, "Comparison and evaluation of methods for liver segmentation from CT datasets," *IEEE Trans Med Imaging*, vol. 28, no. 8, pp. 1251-1265, Aug. 2009, doi: 10.1109/TMI.2009.2013851.