

BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN TƯ DUY PHẢN BIỆN CHO HỌC SINH LỚP 12 THPT TRONG HỌC TẬP ĐẠO HÀM, NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

Đỗ Thị Trinh¹, Trần Thị Thu Uyên^{2*}

¹Trường Đại học Sư phạm – ĐH Thái Nguyên

²Trường THPT Lương Ngọc Quyến, TP. Thái Nguyên

TÓM TẮT

Phát triển tư duy phản biện cho học sinh là cần thiết trong bối cảnh hiện nay và phù hợp với yêu cầu của việc đổi mới giáo dục theo định hướng phát triển năng lực người học đang diễn ra. Tư duy phản biện giúp cho học sinh có cái nhìn tích cực, tránh được sai lầm và không ngừng sáng tạo nhằm hướng tới những cái mới, cái tốt đẹp hơn. Bài viết này trình bày quan niệm về tư duy phản biện, các biểu hiện của năng lực tư duy phản biện của học sinh trong toán học từ đó đề xuất một số biện pháp nhằm phát triển tư duy phản biện cho học sinh lớp 12 THPT trong học tập đạo hàm, nguyên hàm và tích phân, góp phần nâng cao chất lượng dạy và học Toán ở trường phổ thông hiện nay.

Từ khóa: Tư duy; tư duy phản biện; phát triển tư duy phản biện; học sinh; đạo hàm; nguyên hàm; tích phân.

Ngày nhận bài: 12/9/2019; Ngày hoàn thiện: 24/9/2019; Ngày đăng: 30/9/2019

METHOD TO DEVELOP CRITICAL THINKING FOR CLASS 12 STUDENTS OF HIGH SCHOOL IN DERIVATIVE, PRIMITIVE AND INTEGER CALCULUS

Do Thi Trinh¹, Tran Thi Thu Uyen^{2*}

¹TNU - University of Education

²Luong Ngoc Quyen High School, Thai Nguyen City

ABSTRACT

Nowadays, the development of critical thinking for students is necessary and suitable with the demand for educational innovation in the orientation of developing learner's ability. The critical thinking provides positive view to students, avoiding mistakes and constantly showing creativeness towards new and better things. The article specifies the idea about critical thinking, displays about critical thinking ability of students in mathematics, thereby proposes some methods to develop critical thinking for class 12 students of high school in derivative, primitive and integer calculus, contributing to the improvement of teaching and learning quality in high school.

Keywords: Thinking; critical thinking; develop critical thinking; students; derivative; primitive; integer calculus.

Received: 12/9/2019; Revised: 24/9/2019; Published: 30/9/2019

* Corresponding author. Email: uyenhungtn@gmail.com

1. Mở đầu

Trong quá trình đổi mới toàn diện giáo dục và đào tạo theo hướng lấy người học làm trung tâm thì việc xây dựng tư duy phản biện (TDPB) cho học sinh (HS) phổ thông là rất cần thiết. Phát triển TDPB cho HS luôn là vấn đề được các nhà giáo dục và bậc phụ huynh quan tâm tìm hiểu bởi TDPB là kỹ năng quan trọng, cần thiết đối với quá trình học tập và xử lý các vấn đề trong cuộc sống.

TDPB được nhấn mạnh như một trong các năng lực tư duy quan trọng cần phải rèn luyện cho HS. Năng lực này có thể giúp HS làm chủ được kiến thức trở thành những người học suốt đời, tương lai trở thành những người lao động tự chủ, sáng tạo, góp phần vào công cuộc xây dựng và phát triển đất nước, có khả năng ứng phó với những biến đổi trong bối cảnh kinh tế xã hội trên thế giới đang ngày càng đa dạng và phức tạp. Hiện nay, tại Việt Nam đang thực hiện đổi mới chương trình giáo dục phổ thông theo định hướng phát triển năng lực của học sinh. Một trong các năng lực cốt lõi mà chương trình giáo dục phổ thông hướng đến là năng lực giải quyết vấn đề và năng lực sáng tạo. Dễ dàng nhận thấy việc phát triển những năng lực này không thể tách rời khỏi việc phát triển năng lực TDPB do giữa chúng có mối quan hệ chặt chẽ với nhau. Vì vậy, TDPB không đơn thuần là một phẩm chất của con người, mà còn là một kỹ năng cần được học tập, rèn luyện và phát triển. Bài viết này, chúng tôi đề xuất một số biện pháp nhằm phát triển TDPB cho HS lớp 12 THPT trong học tập đạo hàm, nguyên hàm và tích phân, góp phần nâng cao chất lượng dạy và học Toán ở trường phổ thông hiện nay.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Một số vấn đề liên quan đến TDPB

2.1.1. Khái niệm về tư duy

Tư duy là: “Giai đoạn cao nhất của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như biểu tượng, phán đoán và suy lý” [1]. A.Spirkin cho rằng: “Tư duy của con người,

phản ánh hiện thực, về bản chất là quá trình truyền đạt gồm hai tính chất: Một mặt, con người hướng về vật chất, phản ánh những nét đặc trưng và những mối liên hệ của vật ấy với vật khác, và mặt khác con người hướng về xã hội để truyền đạt những kết quả của tư duy của mình” [2; tr 28]. Theo Trần Thúc Trình [3]: “Tư duy là quá trình nhận thức, phản ánh những bản chất, những mối quan hệ có tính chất quy luật của sự vật hiện tượng mà trước đó chủ thể chưa biết”.

Dù có rất nhiều cách diễn đạt khác nhau về tư duy nhưng ta có thể hiểu: tư duy là sản phẩm của bộ não con người và là một quá trình phản ánh tích cực thế giới khách quan. Nó chỉ nảy sinh khi gặp hoàn cảnh có vấn đề. Kết quả của tư duy bao giờ cũng là một ý nghĩ và được thể hiện qua ngôn ngữ.

2.1.2. Tư duy phản biện

Theo Richard Paul – Linda Elder cho rằng: “TDPB là nghệ thuật phân tích và đánh giá tư duy với định hướng cải thiện nó” [4; tr 11]. Theo Michael Michalko: “TDPB là khả năng, hành động để thấu hiểu và đánh giá được những dữ liệu thu thập được thông qua quan sát, giao tiếp, truyền thông và tranh luận” [5; tr 185]. Bây-ơ xem TDPB là việc sử dụng các tiêu chí để phán đoán tính chất của điều gì, từ lúc thực hiện đến kết luận của một bài nghiên cứu. Thực chất TDPB là một phương cách được thao luyện của tư tưởng mà một người dùng để thẩm định tính hiệu lực của điều gì [6]. Do đó chúng tôi quan niệm: TDPB là quá trình vận dụng tích cực trí tuệ vào công việc phân tích, tổng hợp, đánh giá sự việc, xu hướng, ý tưởng, giả thuyết từ sự quan sát, kinh nghiệm, chứng cứ, thông tin, vốn kiến thức và lý lẽ nhằm mục đích xác định đúng - sai, tốt - xấu, hay - dở, hợp lý – không hợp lý, nên – không nên và rút ra quyết định, cách ứng xử cho bản thân mình.

TDPB là một kỹ năng trong đó người suy nghĩ chủ động hướng tới những vấn đề và tình huống phức tạp dựa trên suy nghĩ, quan điểm và niềm tin của mình. Con người hoàn toàn

có thể khiến chính những suy nghĩ, quan điểm và niềm tin của mình trở nên hợp lí và chính xác hơn bằng cách tự khám phá, đặt ra hàng loạt câu hỏi và câu trả lời hay giải pháp cho những câu hỏi đó. Vì vậy, việc phát triển TDPB cho HS là cần thiết, giúp cho họ các tri thức, kỹ năng và thái độ để trở thành những công dân có ích trong xã hội.

Từ những quan điểm trên cho thấy năng lực của TDPB được thể hiện qua một số biểu hiện sau: (1) Sẵn sàng xem xét các giả thuyết, các ý kiến khác nhau và cân nhắc chúng một cách thận trọng; (2) Biết đề xuất những câu hỏi và xác định được vấn đề quan trọng khi cần thiết, diễn đạt chúng một cách rõ ràng, chính xác; (3) Xem xét các thông tin khác nhau trong thái độ hoài nghi. Biết lựa chọn thông tin đã có, tổng hợp và phân tích các thông tin mới để đánh giá tính hợp lí của cách phát hiện và giải quyết vấn đề; (4) Biết lắng nghe những ý kiến khác và sẵn sàng đưa ra ý tưởng đối trọng với ý tưởng của người khác (nếu cần); (5) Có khả năng tự lựa chọn lấy giải pháp, không phụ thuộc vào những khuôn mẫu có sẵn. Có khả năng bình luận, đánh giá kiến thức và ý tưởng của người khác; sẵn sàng bảo vệ ý kiến, quan điểm của mình; (6) Đưa ra những cách giải quyết, những kết luận đúng, hay và kiểm tra xem chúng có mâu thuẫn gì so với chuẩn đã có hay không; (7) Có khả năng loại bỏ những thông tin chưa chính xác và không có liên quan. Sẵn sàng ngưng việc đánh giá khi còn thiếu chứng cứ và lí do; (8) Trong nhiều ý kiến được đưa ra khi gặp phải vấn đề, có khả năng điều chỉnh được các ý kiến và các hoạt động một cách tốt nhất.

2.1.3. Biểu hiện của năng lực tư duy phản biện của học sinh trong toán học

TDPB là sự thực hành việc xử lý thông tin theo cách thức khéo léo, chính xác và nghiêm ngặt nhất có thể, theo một cách mà nó dẫn đến những kết luận chắc chắn, hợp logic và đáng tin cậy nhất, mà dựa trên đó người ra có thể đưa ra những kiến thức đầy đủ cho những giả định và hệ quả của những quyết định này.

Trong Toán học, năng lực TDPB có thể có một số biểu hiện như sau: (1) Biết liên hệ và phân tích giữa giả thiết và kết luận của bài toán để tìm ra cách giải quyết bài toán đó; (2) Biết tìm kiếm các kiến thức có liên quan cũng như các công cụ hỗ trợ cho việc giải quyết bài toán; (3) Biết tìm ra các cách giải quyết khác nhau của một bài toán; (4) Biết phân tích lời giải và kết quả của bài toán để tìm ra các bài toán mới; (5) Biết nhận ra các thiếu sót và những sai lầm trong quá trình giải bài toán và sửa chữa nó; (6) Biết đánh giá cách giải nào là tối ưu nhất; (7) Biết lập luận một cách có căn cứ lựa chọn phương án của mình khi giải quyết một bài toán.

Các dấu hiệu trên đều có mối quan hệ tác động lẫn nhau, trong quá trình dạy học môn Toán ở trường THPT, các loại hình tư duy không tồn tại độc lập nhau mà có quan hệ mật thiết với nhau. Sự kết hợp đó thúc đẩy cho tư duy phát triển. Sự kết hợp của các loại hình tư duy đạt được ở mức độ nào phụ thuộc vào một số các điều kiện như nội dung dạy học, cách tổ chức hoạt động của giáo viên (GV), đối tượng HS, điều kiện môi trường, phương pháp dạy học tích cực được lựa chọn.

2.2. Một số biện pháp sư phạm phát triển tư duy phản biện cho học sinh lớp 12 THPT trong học tập đạo hàm, nguyên hàm và tích phân

2.2.1. Rèn luyện kỹ năng xem xét, phân tích và tổng hợp đề bài từ đó tìm cách giải quyết bài toán nhằm phát triển TDPB cho HS

Biện pháp này nhằm rèn luyện các kỹ năng xem xét, phân tích và tổng hợp để từ đó tìm ra cách giải của bài toán, góp phần phát triển TDPB cho HS. Bởi vì, khi giải toán ta cần phân tích đề bài, khai thác triệt để các giả thiết và yêu cầu của bài toán, phân tích giả thiết bài toán một cách hợp lý sẽ giúp ta định hướng đúng đắn cho lời giải bài toán.

Ví dụ 1: Tìm GTNN của hàm số:

$$y = (2 + \sqrt{3})^{2x} + (2 - \sqrt{3})^{2x} - 3 \left[(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x \right].$$

* *Định hướng tư duy:* Đây là bài toán tìm GTNN của hàm số mũ. Với dạng toán này ta thường sử dụng phương pháp đổi biến với

cách đặt $t = (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x$ và chuyển sang bài toán mới là: tìm GTNN của hàm số theo biến t (trong điều kiện của t). Tuy nhiên, HS dễ mắc phải sai lầm chuyển sang bài toán mới không tương đương vì thiếu điều kiện của t .

GV có thể hướng dẫn HS như sau:

Bước 1: Xem xét và phân tích bài toán

GV: Bài toán trên thuộc dạng nào?

HS: Tìm GTNN của hàm số mũ.

GV: Hãy nêu phương pháp giải?

HS: Sử dụng phương pháp đạo hàm.

GV: Nếu sử dụng trực tiếp thì các em sẽ gặp khó khăn gì?

HS: Biểu thức của y' cồng kềnh, khó khăn trong việc lập bảng xét dấu.

GV: Vậy giải quyết bài toán bằng cách nào?

Bước 2: Tìm ra cách thức giải của bài toán

GV: Để đơn giản ta có thể sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ, ở bài toán này ta nên lựa chọn ẩn phụ như thế nào?

HS: Đặt $t = (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x$.

GV: Tìm điều kiện của t ? Để tìm điều kiện của t ta sử dụng phương pháp nào?

HS: Sử dụng phương pháp đạo hàm.

GV: Hãy phát biểu bài toán tương đương?

HS: Tìm GTNN của hàm số $y = t^2 - 3t - 2, t \geq 2$.

GV: Hãy trình bày lời giải của bài toán?

Bước 3: Trình bày lời giải

Lời giải 1: Đặt $t = (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x$.

$$t' = (2 + \sqrt{3})^x \ln(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3}) = \ln(2 + \sqrt{3}) \left[(2 + \sqrt{3})^x - (2 - \sqrt{3})^x \right]$$

$$t' = 0 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x = (2 - \sqrt{3})^x \Leftrightarrow x = 0$$

$$t' > 0 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x > (2 - \sqrt{3})^x \Leftrightarrow x > 0$$

Lập bảng biến thiên của hàm số t : có $t \in [2; +\infty)$.

Có: $\min y = \min_{t \in (2; +\infty)} f(t)$.

$$\text{Do } t \geq 2 \Rightarrow t - \frac{3}{2} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow y \geq -4$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy $\min y = -4 \Leftrightarrow x = 0$.

Bước 4: Ngoài ra, còn có cách giải nào khác không?

GV có thể gợi ý cho HS tìm điều kiện của t theo các hướng sau:

Lời giải 2: Đặt

$$t = (2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x \Rightarrow y = t^2 - 3t - 2 = \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} = f(t)$$

Tìm điều kiện của t :

$$t \geq 2\sqrt{(2 + \sqrt{3})^x (2 - \sqrt{3})^x} = 2, \forall x$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^x = (2 - \sqrt{3})^x \Leftrightarrow x = 0$

Có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} t = +\infty$. Vậy $t \in [2; +\infty)$.

Bài toán trở thành: Tìm GTNN của hàm số $y = t^2 - 3t - 2, t \geq 2$.

Sử dụng phương pháp đạo hàm và dựa vào bảng biến thiên ta có: $\min y = -4 \Leftrightarrow x = 0$

Lời giải 3: Đặt $u = (2 + \sqrt{3})^x$, ta có $t = u + \frac{1}{u}; t \geq 2, \forall x > 0$

Có: $\min y = \min_{t \in (2; +\infty)} f(t)$.

$$\text{Do } t \geq 2 \Rightarrow t - \frac{3}{2} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow y \geq -4$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy $\min y = -4 \Leftrightarrow x = 0$.

2.2.2. Khuyến khích học sinh đặt câu hỏi trong quá trình giải bài tập

Kĩ năng đặt câu hỏi là một trong những kĩ năng quan trọng của TDPB, việc đặt câu hỏi cần được chú trọng rèn luyện và phát triển thường xuyên lâu dài. Khi giải bài tập học sinh cần khắc phục tính ỷ của tư duy, tránh việc áp dụng một cách máy móc những kinh nghiệm, kĩ năng có trong quá trình giải bài

tập. Những suy nghĩ này đôi khi sẽ dẫn đến sai lầm trong định hướng giải bài toán.

Ví dụ 2: Tính $I = \int_0^1 x^3(1+x^4)^3 dx$

* Một số câu hỏi mà HS cần đặt được ra là:

- + Bài toán trên có dạng tích phân nào?
- + Bài toán có thể sử dụng phương pháp biến đổi để đưa về bảng nguyên hàm không?
- + Để giải bài toán trên ta có thể sử dụng phương pháp đổi biến số hay phương pháp từng phần không?
- + Nếu sử dụng phương pháp đổi biến số thì chọn biểu thức nào đặt làm t thì phù hợp nhất.
- + Bài toán trên có thể giải bằng cách nào khác hay không?

* Lời giải của HS

Lời giải 1:

$$\text{Đặt } t = 1 + x^4 \Rightarrow dt = 4x^3 dx \Rightarrow x^3 dx = \frac{dt}{4}$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 2$$

Nên ta có:

$$I = \frac{1}{4} \int_1^2 t^3 dt = \frac{1}{16} t^4 \Big|_1^2 = \frac{1}{16} \cdot 2^4 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}.$$

Lời giải 2:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 x^3(1+x^4)^3 dx \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 (1+x^4)^3 d(x^4 + 1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{(1+x^4)^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{15}{16}. \end{aligned}$$

2.2.3. Tạo ra nhiều cơ hội để học sinh được tăng cường đối thoại trong quá trình dạy học chủ đề đạo hàm, nguyên hàm, tích phân

Trong quá trình dạy và học, HS cần lắng nghe và quan sát GV để hiểu và biết rõ nhiệm vụ được giao. GV lắng nghe và quan sát HS để hiểu rõ khả năng tư duy của các em. Trong quá trình học tập, khi đứng trước một vấn đề, một bài toán phán đoán sẽ giúp HS đưa ra nhận xét ban đầu, phán đoán tốt, phân tích tốt sẽ giúp cho khả năng lập luận chặt chẽ hơn. Cần coi trọng các bài tập mà qua đó HS có cơ hội xác lập, tự tìm tòi để phát hiện vấn đề mới

và có những ý tưởng để giải quyết vấn đề đó. Nhìn bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau sẽ giúp HS thấy rõ được mâu thuẫn bên trong của một lời giải, vấn đề. Từ đó sẽ giải quyết được các vấn đề bằng một lí luận cao hơn lí luận đã biết.

Ví dụ 3: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \sqrt{3x-5} + \sqrt{7-3x} ?$$

* Định hướng tư duy:

Bước 1: GV chia lớp thành các nhóm và cho HS quan sát đề bài, thảo luận rồi đưa ra nhận định về đáp số bài toán.

Bước 2: Các nhóm treo kết quả và cho nhận xét chéo giữa các nhóm.

Một số câu hỏi được các nhóm đưa ra:

- + Sử dụng máy tính có thể đưa ra được kết quả của bài toán hay không?
- + Để tìm GTLN của hàm số y ta thực hiện theo quy tắc nào?

+ GV yêu cầu đại diện một nhóm lên bảng trình bày lời giải. Sau đó, yêu cầu các nhóm khác nhận xét lời giải trên: lời giải của bạn đã đúng chưa? Nếu chưa thì sai ở đâu, nguyên nhân sai? Vì sao? Hãy trình bày lời giải đúng?

Bước 3: GV chính xác hóa lại kết quả và có thể định hướng tư duy cho HS bằng cách đưa ra các câu hỏi:

- + Ngoài cách giải trên ta còn cách giải nào khác không?
- + Liệu có sử dụng bảng phương pháp đánh giá để giải bài toán được hay không?
- + Có thể áp dụng BĐT quen thuộc nào để giải bài toán?

* Lời giải mong đợi:

Cách 1: Sử dụng đạo hàm để tìm GTLN

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ 7-3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{3} \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}. \text{ Suy ra}$$

$$\text{TXĐ: } D = \left[\frac{5}{3}; \frac{7}{3} \right].$$

Ta có:

$$y' = \frac{3}{2\sqrt{3x-5}} + \frac{(-3)}{2\sqrt{7-3x}} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3x-5}} - \frac{1}{\sqrt{7-3x}} \right).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3x-5}} = \frac{1}{\sqrt{7-3x}} \Leftrightarrow x = 2.$$

Ta có:

$$y(2) = 2; y\left(\frac{5}{3}\right) = \sqrt{2}; y\left(\frac{7}{3}\right) = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow \text{Max} y = 2 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\left[\frac{5}{3}; \frac{7}{3} \right]$$

Cách 2: Sử dụng BĐT Bunhiacopxki.

$$\text{TXĐ: } D = \left[\frac{5}{3}; \frac{7}{3} \right].$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki cho hai bộ số ta có:

$$y^2 = (1\sqrt{3x-5} + 1\sqrt{7-3x})^2 \leq (1^2 + 1^2)(3x-5+7-3x) \Leftrightarrow y^2 \leq 4.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{\sqrt{3x-5}}{1} = \frac{\sqrt{7-3x}}{1} \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Vậy } \text{Max} y^2 = 4 \Rightarrow \text{Max} y = 2 \Leftrightarrow x = 2$$

2.2.4. Tạo điều kiện để học sinh học từ sai lầm và sửa chữa các sai lầm góp phần phát triển TDPB

Biết phát hiện và khắc phục sai lầm là một trong những năng lực của người có TDPB. Những sai lầm có thể xuất hiện trong chính bản thân của người học, cũng có thể là lời giải của người khác mà người học tiếp cận.

GV có thể đưa ra nhiều tình huống, lời giải khác nhau để HS tìm ra được những suy luận có lí và những suy luận vô lí để khẳng định tính đúng sai của một lời giải. HS cần phải biết cách khắc phục được những sai lầm đó chứ không phải xóa bỏ cả lời giải của bài toán. Qua đó HS mới có thể ghi nhớ kiến thức một cách sâu sắc, tránh được cách học thuộc lòng, máy móc.

Ví dụ 4: Hãy giải thích tại sao không thể áp dụng công thức Newton-Leibnitz cho những tích phân sau đây:

$$\text{a) } \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

$$\text{b) } \int_{-2}^2 \frac{dx}{x-1}$$

$$\text{c) } \int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + \tan^2 x) \cos^2 x}$$

* *Định hướng tư duy:* GV chia HS thành ba nhóm (mỗi nhóm có nhóm trưởng và thư ký), từng nhóm trình bày một câu và cùng xem, thảo luận hai câu còn lại. Sau đó GV gọi từng nhóm trình bày lời giải câu của nhóm mình, các nhóm khác nhận xét, bổ sung ý kiến. Khi giải HS cần nhớ được công thức Newton-

$$\text{Leibnitz } \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

(Với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn này).

* *Lời giải mong đợi:*

$$+ \text{ Câu a/ } \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}. \text{ Vì hàm số}$$

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} \text{ gián đoạn tại } x = 2 \in [0;3]$$

nên không thể dùng công thức Newton-Leibnitz để tính tích phân đã cho.

$$+ \text{ Câu b/ } \int_{-2}^2 \frac{dx}{x-1}. \text{ Vì hàm số } f(x) = \frac{1}{x-1}$$

gián đoạn tại $x = 1 \in [-2;2]$ nên không thể dùng công thức Newton-Leibnitz để tính tích phân đã cho.

$$+ \text{ Câu c/ } \int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + \tan^2 x) \cos^2 x}. \text{ Vì hàm số}$$

$$f(x) = \frac{1}{(2 + \tan^2 x) \cos^2 x} \text{ gián đoạn}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \in [0;2\pi] \text{ nên không thể dùng công}$$

thức Newton-Leibnitz để tính tích phân đã cho hay tích phân này không tồn tại.

Nhận xét: Qua ví dụ trên, GV có thể đặt thêm câu hỏi đối với HS là cần chú ý những gì khi sử dụng công thức Newton-Leibnitz? Câu trả lời cần có là không nên sử dụng máy móc công thức Newton-Leibnitz mà cần xem xét bài toán đặt ra có nghĩa hay không trước khi tính tích phân, nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ thì áp dụng các phương pháp đã học để

tính tích phân đã cho, ngược lại kết luận tích phân này không tồn tại.

2.3. Thực nghiệm sư phạm

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành tại Trường THPT Lương Ngọc Quyến, Tỉnh Thái Nguyên. Lớp thực nghiệm 12A6 và lớp đối chứng 12A13. Nội dung thực nghiệm được tiến hành triển khai giảng dạy trong các bài sau: Tích phân (2t). Thời hạn thực nghiệm: 15/02-15/03/2019.

Kết quả thực nghiệm:

- **Kết quả định tính:** Thông qua quá trình lên lớp và quan sát cho thấy, HS đã đạt được những điều sau đây: 1/ Trong giờ lên lớp, HS đã có hứng thú hơn, các hoạt động giải toán trở nên sôi nổi hơn; 2/ HS đã có thêm phương pháp làm việc và học tập tốt hơn, phương pháp mang bản chất của một quy trình, đầy truyền và công nghệ; 3/ HS đã sớm bộc lộ sự thích nghi phù hợp khả năng phân biện, đưa ra quan điểm cá nhân; 4/ Kết quả học tập được nâng lên rõ rệt, HS không những chỉ nắm vững tri thức mà đã có khả năng vận dụng khéo léo và có kỹ xảo khi sử dụng các phương pháp.

- **Kết quả định lượng:** Kết quả kiểm tra của HS hai lớp 12A6 và lớp 12A13 Trường THPT Lương Ngọc Quyến như sau (xem biểu đồ 1). Để có thể khẳng định về chất lượng của đợt

thực nghiệm sư phạm, chúng tôi tiến hành xử lý số liệu thống kê Toán học. Kết quả xử lý số liệu thống kê thu được như sau:

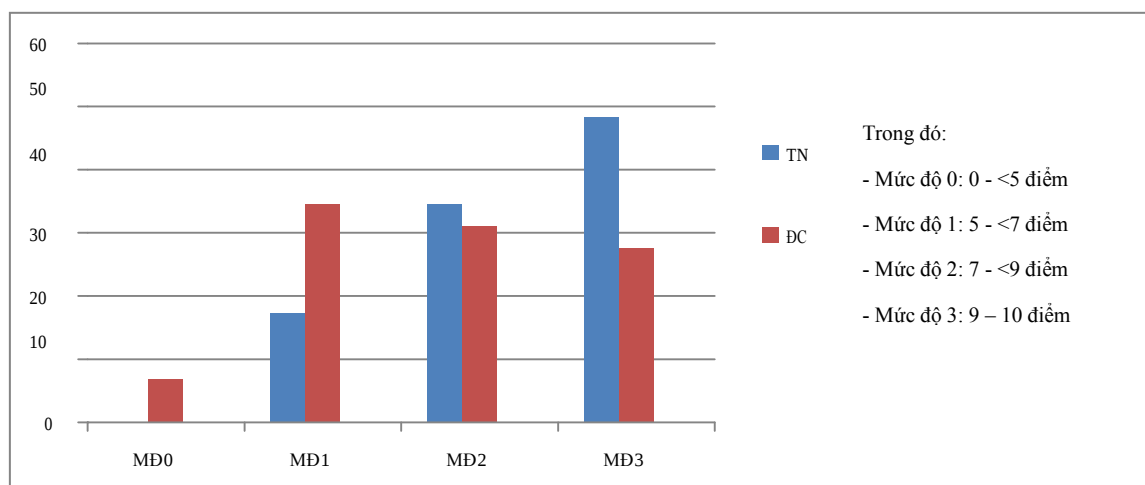
Nội dung	Lớp thực nghiệm	Lớp đối chứng
Điểm trung bình		
$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot n_i}{N}$	8.37	7.63
Phương sai		
$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$	1.67	2.31
Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{s^2}$	1.29	1.52

- Như vậy, điểm trung bình chung của lớp thực nghiệm cao hơn so với lớp đối chứng. Điều đó chứng tỏ rằng, kết quả kiểm tra của lớp thực nghiệm ít chênh lệch hơn, chất lượng học tập đồng đều hơn.

- Sử dụng phép thử t - Student để xem xét, kiểm tra tính hiệu quả của việc thực nghiệm

sư phạm, ta có kết quả: $t = \frac{\sqrt{\bar{x}_{TN}}}{S_{TN}} = 2,54$.

- Tra bảng phân phối t - Student với bậc tự do $F = 45$ và với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ ta được $t_{\alpha} = 1,68$. Ta có $t > t_{\alpha}$. Như vậy, thực nghiệm sư phạm đạt kết quả.



Biểu đồ 1. Kết quả kiểm tra của HS lớp 12A6 và 12A13 trường THPT Lương Ngọc Quyến

- Tiến hành kiểm định phương sai của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng với giả thuyết E_0 : “Sự khác nhau giữa các phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý

nghĩa”. Ta có kết quả: $F = \frac{S_{TN}^2}{S_{DC}^2} = 0,72$.

- Giá trị tới hạn F_α tra trong bảng phân phối F ứng với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$, với các bậc tự do $F_{TN} = 45$ và $F_{DC} = 45$ là $F_\alpha = 1,66$. Ta thấy $F < F_\alpha$ nên chấp nhận E_0 , tức là sự khác nhau giữa phương sai ở nhóm lớp thực nghiệm và nhóm lớp đối chứng là không có ý nghĩa.

- Để so sánh kết quả thực nghiệm sự phạm, chúng tôi tiến hành kiểm định giả thuyết H_0 : “Sự khác nhau giữa điểm trung bình của lớp thực nghiệm và đối chứng là không có ý nghĩa với phương sai như nhau”.

- Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$, tra bảng phân phối t - Student với bậc tự do $N_{TN} + N_{DC} - 2 = 88$ ta được $t_\alpha = 1,66$. Ta có giá trị kiểm định:

$$t = \frac{\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}}{s \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{TN}} + \frac{1}{N_{DC}}}} = 1.755 \quad \text{với}$$

$$s = \sqrt{\frac{(N_{TN} - 1) \cdot s_{TN}^2 + (N_{DC} - 1) \cdot s_{DC}^2}{N_{TN} + N_{DC} - 2}} = 2.02$$

- Ta có $t > t_\alpha$. Như vậy, giả thuyết H_0 bị bác bỏ. Điều đó chứng tỏ sự khác nhau giữa điểm trung bình của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là có ý nghĩa.

- Kết quả kiểm định chứng tỏ chất lượng học tập của lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng. Đồng thời thể hiện tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

2.4. Kết luận

Bài viết trên đây đã trình bày khá kỹ lưỡng một số vấn đề quan trọng của TDPB, đó là: nêu ra được định nghĩa, những biểu hiện năng

lực của TDPB nói chung và những biểu hiện của năng lực tư duy phản biện của học sinh trong toán học nói riêng. Đồng thời thông qua thực tiễn giảng dạy, chúng tôi nhận thấy đa số học sinh tích cực học tập, thảo luận sôi nổi và thích thú với các giờ học có sử dụng các biện pháp để phát triển tư duy phản biện, các em thấy tự tin hơn khi những ý kiến của mình được thầy cô và các bạn đánh giá một cách tích cực. Từ đó, chúng tôi cũng đã đề xuất ra một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển tư duy phản biện cho học sinh lớp 12 THPT trong học tập đạo hàm, nguyên hàm và tích phân. Những biện pháp đã nêu góp phần giúp học sinh phát triển tư duy phản biện, được rèn luyện các kỹ năng và tránh được những sai lầm trong quá trình giải toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hoàng Phê, *Từ điển Tiếng Việt*, Nxb Khoa học xã hội, Hà Nội, 1998.
- [2]. A.Spirkin, *Sự hình thành tư duy trừu tượng trong những giai đoạn phát triển đầu tiên của loài người*, Nxb Sự thật, 1960.
- [3]. Trần Thúc Trinh, “*Rèn luyện Tư duy trong dạy học toán*” (Đề cương môn học dành cho học viên Cao học, chuyên ngành phương pháp giảng dạy toán), Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, 2003.
- [4]. Richard Paul – Linda Elder, *Cẩm nang tư duy phản biện khái niệm và công cụ*, Nxb Tổng hợp TP.Hồ Chí Minh, 2012.
- [5]. Michael Michalko, *Đột phá sức sáng tạo-Bí mật của những thiên tài sáng tạo*, Nxb Tri thức, 2006.
- [6]. Beyer.K.Barry., *Criticalthinking*, Bloomington, IN: PhiDelta Kappa Educational Foundation, 1995.
- [7]. Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Nguyễn Mộng Hy (Chủ biên), Khu Quốc Anh, Trần Đức Huyền, *Giải tích 12*, Nxb Giáo dục, 2008.
- [8]. Phan Thị Hòa, “Về tư duy phản biện”, *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Đồng Nai*, số 5/2017.
- [9]. Nguyễn Bá Kim, *Phương pháp dạy học Toán*, Nxb Đại học Sư phạm, 2015.
- [10]. Phan Thị Luyến, *Rèn luyện tư duy phê phán cho học sinh trung học phổ thông qua dạy học chủ đề phương trình và bất phương trình*, Luận án tiến sĩ giáo dục học, 2008.