

DẠY HỌC GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH THEO PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH HÓA

Nguyễn Danh Nam*, Phan Văn Quỳnh
Trường Đại học Sư phạm - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Đặc điểm quan trọng của chương trình môn Toán năm 2018 đó là tăng tính ứng dụng của toán học ở trường phổ thông với thực tiễn. Bài viết trình bày cách tiếp cận từ phương pháp mô hình hóa trong dạy học nội dung giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình ở trường trung học cơ sở. Kết quả nghiên cứu đã đưa ra quy trình vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học và đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh. Kết quả thực nghiệm sư phạm cho thấy tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp đã đề xuất, qua đó góp phần đổi mới phương pháp dạy học theo định hướng phát triển năng lực học sinh.

Từ khóa: *Mô hình; mô hình hóa; phương pháp mô hình hóa; toán học hóa; phương trình; hệ phương trình; toán thực tiễn.*

Ngày nhận bài: 24/9/2019; Ngày hoàn thiện: 29/9/2019; Ngày đăng: 30/9/2019

TEACHING PROBLEM SOLVING BY SETTING UP EQUATIONS AND SYSTEM OF EQUATIONS WITH MODELING METHOD

Nguyen Danh Nam*, Phan Van Quynh
TNU - University of Education

ABSTRACT

An important feature of the school mathematics curriculum in 2018 is to strengthen the application of mathematics into real life. The paper presents the approach from modeling method in teaching problem solving by setting up equations and system of equations at the lower secondary school. The research results have proposed the process of applying modeling method in teaching and some pedagogical measures to develop modeling capacity for students. Teaching experiment results show the feasibility and effectiveness of the proposed measures, thereby contributing to innovating teaching methods based on students' capacity development orientations.

Keywords: *Model; modeling; modeling method; mathematising; equation; system of equation; realistic mathematics.*

Received: 24/9/2019; Revised: 29/9/2019; Published: 30/9/2019

* Corresponding author. Email: danhnam.nguyen@dhsptn.edu.vn

1. Đặt vấn đề

Xu hướng tăng cường tính thực tiễn trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông đóng vai trò rất quan trọng trong việc hình thành và phát triển năng lực cho học sinh (HS), giúp tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học và giữa toán học với thực tiễn [1]. Liên hệ với thực tiễn giúp HS học tập toán một cách tích cực, chủ động và có ý nghĩa hơn. Để thực hiện được mục tiêu đó, giáo viên (GV) dạy toán cần có năng lực vận dụng những khái niệm toán học ở trường phổ thông để thiết kế và mô tả các mô hình toán học trong cuộc sống. Khả năng xây dựng mô hình toán học từ tình huống thực tiễn được coi là cơ sở của việc “toán học hóa các tình huống thực tiễn”. Thuật ngữ “toán học hóa” có nghĩa là sử dụng ngôn ngữ toán học chuyển các vấn đề trong cuộc sống hàng ngày về các dạng biểu diễn toán học. Năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn là tổng hợp của năng lực thu nhận thông tin toán học từ tình huống thực tiễn; năng lực chuyển đổi thông tin giữa thực tế cuộc sống, toán học và năng lực thiết lập mô hình toán học của tình huống thực tiễn [2].

Trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông, mô hình được sử dụng có thể là hình vẽ, bảng biểu, hàm số, đồ thị, phương trình, sơ đồ, biểu đồ, biểu tượng hoặc mô hình ảo trên máy tính điện tử [3]. Mô hình hóa trong dạy học toán là phương pháp giúp HS tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ toán học với sự hỗ trợ của các phần mềm dạy học. Sử dụng phương pháp này trong giảng dạy sẽ giúp GV phát huy được tính tích cực học tập của HS, giúp HS có thể tự trả lời câu hỏi “Môn Toán có ứng dụng gì trong thực tiễn và có vai trò gì trong việc giải thích các hiện tượng thực tiễn?”. Điều này có ý nghĩa rất lớn trong việc gợi động cơ học tập ngay từ đầu cho HS. Quá trình mô hình hóa các tình huống thực tiễn cho thấy mối quan hệ giữa thực tiễn với các vấn đề trong sách giáo khoa dưới góc nhìn của toán học. Do vậy, nó đòi hỏi HS cần vận dụng

thành thạo các thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa. Ở trường phổ thông, cách tiếp cận này giúp việc học toán của HS trở nên thiết thực và có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê học tập môn Toán. Những ứng dụng của toán học vào thực tiễn trong chương trình và sách giáo khoa, cũng như trong thực tế dạy học môn Toán chưa được quan tâm một cách đúng mức và thường xuyên. Trong các SGK môn Toán và các tài liệu tham khảo về toán phổ thông thường chỉ tập trung chú ý những vấn đề, những bài toán trong nội bộ toán học, số lượng ví dụ, bài tập toán có nội dung liên môn và thực tế trong các sách giáo khoa là rất ít. Hơn nữa, trong thực tế dạy học môn Toán ở trường phổ thông, GV không thường xuyên rèn luyện cho HS thực hiện những ứng dụng của toán học vào thực tiễn [4], [5]. Do đó, nghiên cứu vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán góp phần làm rõ mạch kiến thức về mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn trong chương trình môn Toán ở trường phổ thông.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Mô hình, mô hình toán học

Mô hình được mô tả như một “vật” dùng thay thế mà qua đó ta có thể thấy được các đặc điểm đặc trưng của sự vật (hoặc hệ thống sự vật) thực tế. Tức là mô hình xem như là vật trung gian dùng để nghiên cứu đối tượng (vật gốc) nhằm một mục đích nào đó. Do đó, mô hình có thể ở dạng đồ vật cụ thể, nhưng cũng có thể ở dạng hình ảnh, sơ đồ, ... thậm chí được biểu đạt một cách trừu tượng hơn thông qua sự mô tả ... (chẳng hạn mô hình kinh tế, mô hình tài chính, mô hình chính trị, ...). Mô hình toán học khác các mô hình trong các khoa học khác ở chỗ nó bỏ qua các thuộc tính về “chất” mà chỉ cần một ngôn ngữ nào đó chính xác để diễn tả đúng những quan hệ số lượng cơ bản, từ đó có thể suy ra quan hệ số lượng khác. Như vậy, mô hình toán học (nghĩa rộng) được sử dụng nhiều trong các ngành khoa học tự nhiên và chuyên ngành kỹ

thuật (như vật lý, sinh học, kỹ thuật điện tử, ...) đồng thời trong cả khoa học xã hội (như kinh tế học, xã hội học, khoa học chính trị, ...). Tiếp cận mô hình theo nghĩa hẹp, mô hình toán học còn có thể là các hình vẽ, bảng biểu, hàm số, đồ thị, phương trình, hệ phương trình, sơ đồ, biểu đồ, biểu tượng, ... [3].

Bên cạnh cách hiểu mô hình toán học như trên, cụm từ “mô hình toán học” hay còn gọi đơn giản là “mô hình” đôi khi được GV dùng theo nghĩa hẹp chỉ đơn giản là một mô hình vật chất dưới dạng đồ dùng dạy học toán cụ thể hoặc phần mềm toán học (trừu tượng) để phản ánh những đối tượng toán học cụ thể như mặt phẳng, đường thẳng, đồ thị hàm số, khối đa diện, ... Khi đó, cái cụ thể thể hiện ở mô hình này sẽ phản ánh một phần những yếu tố của loại mô hình toán học trừu tượng, tổng quát kể trên. Để phân biệt với đồ dùng dạy học (trong đó có cả mô hình thu gọn, ...) ở môn học khác, GV cũng cần chú ý rằng: Trong toán học, với đặc thù trừu tượng cao độ của khoa học này, cho dù có ở dạng đồ vật cụ thể, sử dụng ngôn ngữ toán học hay là mô hình ảo trên máy vi tính ... để mô tả về đối tượng toán học thì mô hình thực chất cũng chỉ mang tính tượng trưng. Bởi lẽ, mọi đối tượng trong toán học mà mô hình phản ánh cũng đã là trừu tượng hoàn toàn, kể cả con số, hình, đồ thị, ... đều không phải là những đối tượng có thật trong thực tế; trong khi ở vật lý, hóa học, sinh học, ... thì mô hình hầu hết lại phản ánh sự vật, hiện tượng có thật trong cuộc sống [5], [6].

2.2. Phương pháp mô hình hóa

Mô hình hóa là một trong tám năng lực toán học theo quan điểm của chương trình đánh giá HS quốc tế PISA, bao gồm: tư duy và lập luận; tranh luận về các nội dung toán học; giao tiếp toán học; mô hình hóa; đặt và giải quyết vấn đề; biểu diễn; sử dụng kí hiệu, thuật ngữ chuyên môn, phép toán hình thức; sử dụng phương tiện và công cụ tính toán. Trong dạy học toán, mô hình hóa là quá trình giúp HS tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ

toán học như hình vẽ, bảng biểu, hàm số, đồ thị, phương trình, kí hiệu, sơ đồ, công thức, ... [7], [8]. Năng lực mô hình hóa cũng được đưa vào mục tiêu chương trình giáo dục phổ thông mới như một thành phần quan trọng của năng lực toán học [1].

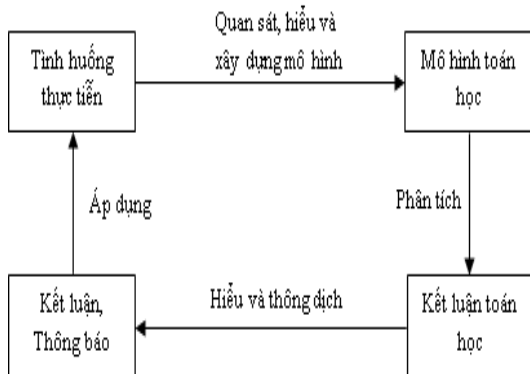
Để có thể đo lường được, Đỗ Đức Thái đã cụ thể hóa năng lực mô hình hóa thành những tiêu chí đối với HS trung học cơ sở trong học tập toán thông qua việc các em thực hiện được các hành động [2]: (i) Sử dụng các mô hình toán học (công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị, ...) để mô tả các tình huống đặt ra trong các bài toán thực tế không quá phức tạp; (ii) Giải quyết được các vấn đề toán học trong các mô hình được thiết lập; (iii) Thể hiện được lời giải bài toán trong ngữ cảnh thực tế và làm quen với việc kiểm chứng tính đúng đắn của lời giải, bước đầu biết điều chỉnh mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

Nguyễn Danh Nam cho rằng mô hình hóa là phương pháp xây dựng và cải tiến một mô hình toán học nhằm diễn đạt và mô tả các bài toán thực tiễn [3]. Do đó, có thể nói dạy học bằng mô hình hóa hay phương pháp mô hình hóa trong dạy học là quá trình giúp học sinh xây dựng mô hình từ tình huống để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn. Trong bài viết này, chúng tôi coi phương pháp mô hình hóa là con đường, cách thức để chuyển một tình huống thực tiễn trở thành dạng mô hình toán học và phát biểu dưới dạng một bài toán. Thông qua đó, GV giúp HS tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ toán học. Nhờ sử dụng phương pháp mô hình hóa, GV có thể gợi động cơ, gây hứng thú học toán cho HS, góp phần thực hiện mục tiêu phát triển năng lực HS, đặc biệt là năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn.

2.3. Quy trình mô hình hóa trong dạy học giải bài toán lập phương trình, hệ phương trình

Phương trình, hệ phương trình là nội dung xuyên suốt chương trình toán học phổ thông. Nội dung này giúp kết nối các ý tưởng toán học từ hình học, đại số và giải tích, góp phần

giúp HS biết sử dụng công cụ của toán học để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn và qua đó phát triển tư duy hàm, tư duy sáng tạo cho HS. Mô hình hóa là một công cụ toán học như vậy. Theo Swetz và Hartzler [7], có bốn giai đoạn cần thực hiện trong quá trình mô hình hóa (Xem Hình 1): (1) Quan sát hiện tượng thực tiễn, phân tích tình huống và phát hiện các yếu tố có tác động đến vấn đề đó; (2) Lập giả thuyết về mối quan hệ giữa các yếu tố sử dụng ngôn ngữ toán học, từ đó phác họa mô hình toán học tương ứng; (3) Áp dụng các phương pháp và công cụ toán học phù hợp để mô hình hóa bài toán và phân tích mô hình; (4) Thông báo kết quả, đối chiếu mô hình với thực tiễn và đưa ra kết luận. Như vậy, có thể mô tả quá trình mô hình hóa thông qua sơ đồ “khép kín” dưới đây, tức là thể hiện được thực tiễn vừa là nguồn gốc, động lực, vừa là môi trường ứng dụng của toán học:



Hình 1. Các giai đoạn của quá trình mô hình hóa toán học

Trong phạm vi nghiên cứu của bài viết này, chúng tôi đề xuất quy trình dạy học giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình ở trường trung học cơ sở theo sáu bước như sau:

- *Bước 1: Xuất phát từ việc tìm hiểu một tình huống thực tiễn có chứa kiến thức, phương pháp toán học.* GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động sau đây: Chọn một tình huống thực tiễn có liên quan đến yêu cầu tìm, tính toán đại lượng nào đó (dẫn đến phương trình, hệ phương trình); Tìm hiểu các mối liên hệ

giữa những dữ kiện đã cho và phải tìm; Xác định sự phù hợp về mức độ khó đối với HS trung học cơ sở khi giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình (phương trình bậc nhất, phương trình bậc hai, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn).

- *Bước 2: Xây dựng giả thuyết - mô phỏng tình huống và cấu trúc đường lối giải quyết.* GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động sau: Mô tả chi tiết tình huống để xác định câu hỏi đặt ra là gì và đưa ra các giả thiết phù hợp; Nhận ra yếu tố cố định, các đại lượng không đổi và đại lượng biến đổi trong tình huống để biểu diễn các mối quan hệ giữa chúng; Thu thập dữ liệu thực tế để cung cấp thêm thông tin cho tình huống, những dữ liệu này sẽ gợi ý loại mô hình toán phù hợp với tình huống; Chuyển từ tình huống ban đầu về dạng tình huống thực tiễn có dữ kiện, yêu cầu và cấu trúc rõ ràng bằng cách biểu đạt lại làm cho tình huống trở nên rõ ràng hơn, gần gũi với cấu trúc của một bài toán (cái đã cho - điều phải tìm); GV gợi ý mối liên kết giữa tình huống thực tế và toán học, dự kiến những kiến thức, kỹ năng toán học và giúp HS tái hiện, chuẩn bị sử dụng để thiết lập mô hình toán học và giải bài toán.

- *Bước 3: Xây dựng bài toán toán học.* GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động sau: Rút gọn, đơn giản hóa tình huống bằng cách lược bỏ những chi tiết không bản chất, cụ thể hóa câu hỏi, vấn đề đặt ra; Từ mô hình đã rút gọn - có cấu trúc giả thiết - kết luận, HS nhận dạng loại bài toán toán học tương thích; Biểu đạt theo cấu trúc và hình thức của loại bài toán đó bằng cách dùng tư duy và ngôn ngữ, ký hiệu toán học để phát biểu bài toán đã xác định.

- *Bước 4: Giải bài toán bằng công cụ toán học.* GV hướng dẫn HS sử dụng kiến thức và kỹ năng toán học tương ứng để giải bài toán theo phương pháp quen thuộc.

- *Bước 5: Hiểu lời giải bài toán theo cả hai mặt cú pháp và ngữ nghĩa để trả lời cho câu hỏi ở tình huống thực tiễn ban đầu.* GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động sau: Tìm hiểu lời giải theo cả hai mặt: mặt cú pháp (theo quy

tắc, hình thức logic), mặt ngữ nghĩa (nghĩa của từng kiến thức, bước biến đổi tính toán và lập luận trong quá trình giải bài toán); Đối chiếu với câu hỏi và cách thức giải quyết đời thường để thấy rõ ý nghĩa của mô hình toán học trong hoàn cảnh thực tế.

- *Bước 6: Kiểm nghiệm đánh giá và điều chỉnh mô hình để tiếp tục vận dụng vào giải các bài toán thực tiễn khác.* GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động: Đối chiếu mô hình vừa xây dựng với những tình huống thực tế; Áp dụng thử để thấy được ưu, nhược điểm, tìm cách chỉnh sửa mô hình và rút ra kết luận.

2.4. Các biện pháp sư phạm theo phương pháp mô hình hóa

2.4.1. Sử dụng phương pháp mô hình hóa để gợi động cơ mở đầu

Thứ nhất, GV có thể gợi động cơ từ nhu cầu thực tế phát triển của chính toán học. Gợi động cơ xuất phát từ nội bộ toán học có các cách: đáp ứng nhu cầu xóa bỏ sự hạn chế; hướng tới sự tiện lợi, hợp lý hóa công việc; chính xác hóa một khái niệm; hướng tới sự hoàn chỉnh và hệ thống; lật ngược vấn đề; xét tương tự; khái quát hóa; tìm sự liên hệ và phụ thuộc; tìm sai lầm, phát hiện nguyên nhân sai lầm và sửa sai lầm.

Ví dụ 1: Gợi động cơ mở đầu (hoặc kết thúc) khi dạy hàm số bậc nhất. GV mô tả một tình huống quan sát thực tế khi đi tàu hỏa: Tại sao khi đi tàu hỏa, hành khách thường nghe thấy những âm thanh tiếng động phát ra một cách đều đặn? Nhưng khi đi bằng ô tô thì lại không nghe thấy loại âm thanh giống như vậy?

GV dùng câu hỏi dẫn dắt để HS phát hiện được: Đường tàu hỏa được tạo ra bằng cách ghép nối giữa các thanh ray. Vấn đề là tại sao cần phải để hở một khoảng cách nhất định giữa hai thanh ray? Phân tích dẫn đến kiến thức liên môn Vật lý “sự giãn nở vì nhiệt độ thay đổi” ... Từ đó đặt câu hỏi “Cần phải để hở một khoảng cách tối thiểu bao nhiêu và tối đa là bao nhiêu?”, dẫn đến nhu cầu xét giá trị của biểu thức $ax + b$, trong đó a là hệ số giãn nở vì nhiệt, b là chiều dài ban đầu của thanh ray, x là

khoảng biến thiên nhiệt độ,... Để trả lời câu hỏi trên, HS cần sử dụng kiến thức mới của toán học - đó là hàm số bậc nhất. Trong ví dụ 1, chúng tôi mô tả bước 1 và bước 2 của quy trình mô hình hóa.

Thứ hai, GV có thể gợi động cơ xuất phát từ các môn học khác.

Ví dụ 2: Từ tình huống trong môn Hóa học (Chương 3 - Hóa học 8): Phương trình phản ứng và tính số mol theo phương trình phản ứng, GV dạy Toán có thể gợi động cơ như sau: Từ tình huống phản ứng hóa học giữa một axit tác dụng với một Bazơ tạo ra muối và nước, sau khi viết được phương trình $H_2SO_4 + NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$. GV có thể đặt vấn đề làm thế nào để cân bằng được phương trình phản ứng? Vì khối lượng các chất tham gia phản ứng và khối lượng các chất thu được sau phản ứng là bằng nhau, nên đối chiếu với hóa trị của các chất có mặt trong phản ứng,... ta cần xác định được các hệ số đối với H_2SO_4 , $NaOH$, Na_2SO_4 , H_2O để cân bằng về mặt hóa trị. Từ đó cần đến phương pháp lập phương trình và tìm được các hệ số: $H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$. Trong ví dụ 1, chúng tôi mô tả bước 1, bước 2 và bước 3 của quy trình mô hình hóa.

2.4.2. Sử dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy kiến thức mới

Phương pháp mô hình hóa giúp HS được tiếp cận với kiến thức không phải là ở dạng có sẵn, mà tìm tòi phát hiện kiến thức mới trong những tình huống có nội dung, nguồn gốc từ thực tiễn. Khi đó, GV phối hợp sử dụng các phương pháp dạy học khác để thiết kế, khai thác những tình huống thực tiễn, tổ chức hướng dẫn HS học kiến thức mới theo con đường khám phá, giải quyết vấn đề.

Ví dụ 3: GV đưa ra tình huống thực tiễn sau: Ở một khu du lịch có dự kiến trang bị hệ thống cáp treo để chở khách tham quan. Qua khảo sát thì có thể lắp đặt được 36 cabin gồm hai loại cabin: loại chở được 2 người và loại chở được 4 người. Thời gian để mỗi cabin di chuyển hết một vòng là 1 giờ. Để mỗi giờ

công ty du lịch chở được tối đa 100 khách thì phải lắp mỗi loại cabin bao nhiêu chiếc? (Hình 2).

- *Mô hình hóa toán học*: GV vấn đáp HS để phân tích tình huống và tiến hành mô hình hóa như sau: Nếu xem x là số cabin chở được 2 người thì $36 - x$ là số ca bin chở được 4 người, với x là số nguyên không âm ($x \geq 0$). Số người do 36 cabin chở được là $2x + (36 - x) \cdot 4$. Khi đó, chúng ta có bài toán: Tìm giá trị của x sao cho $2x + (36 - x) \cdot 4 = 100$ (thực chất là giải phương trình bậc nhất).

- *Sử dụng công cụ toán học giải bài toán*: Đây là dạng toán giải phương trình bậc nhất một ẩn. Biến đổi phương trình, ta có: $2x = 144 - 100 = 44$, tức là $x = 22$ (thỏa mãn điều kiện thực tế đặt ra ban đầu ở tình huống).

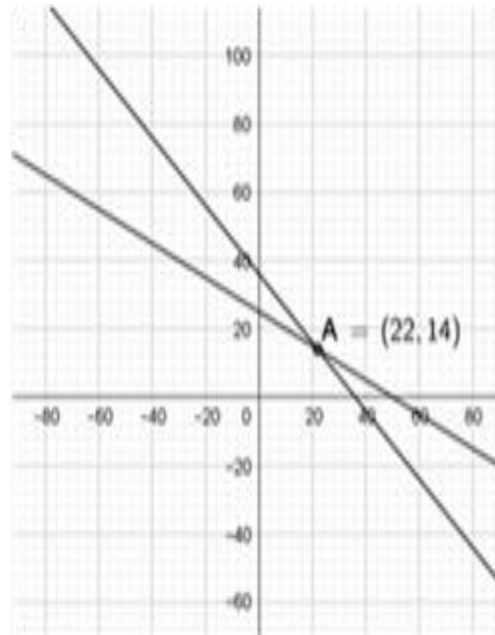
Thực chất, bài toán này chính là một dạng biểu đạt khác đi của bài toán cổ “Gà, chó”. Ở đây GV cũng có thể đưa về dạng bài toán giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn (x là số cabin chở 2 người; y là số cabin chở 4 người), ta có

hệ phương trình: $x + y = 36$ và $2x + 4y = 100$. Giải hệ phương trình bằng phương pháp đồ thị ta cũng có kết quả tương tự như trên.

- *Đối chiếu với tình huống ban đầu*: Cần lắp đặt 22 cabin loại chở được 2 người và 14 cabin loại chở được 4 người. Sử dụng phương pháp toán học, ta đã tính được số cabin của từng loại và lượng người chở được khớp với số lượng cabin, từ đó có thể khai thác được tối đa công suất của mỗi cabin.

- *Hình thành kiến thức mới*: Sau khi phân tích và giải được bài toán, GV gợi ý HS so sánh, đối chiếu với bài toán “Gà, chó” giải bằng phương pháp số học đã học ở tiểu học để thấy ta có thể giải bài toán theo cách trên một cách đơn giản, ngắn gọn hơn. GV tóm tắt lại quá trình giải và giúp HS rút ra khái niệm về phương trình bậc nhất một ẩn cùng với cách giải loại phương trình mới này.

Trong ví dụ 3, chúng tôi mô tả bước 3, bước 4 và bước 5 của quy trình mô hình hóa.



Hình 2. Mô hình biểu diễn bài toán cáp treo

2.4.3. Sử dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học vận dụng kiến thức

Chúng tôi đề xuất quy trình sử dụng phương pháp mô hình hóa tổ chức cho HS vận dụng kiến thức lý thuyết về giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình như sau:

- Bước 1: Mô hình hóa những tình huống, câu hỏi và bài toán (có nội dung thực tiễn) gặp phải để đưa về dạng bài toán giải bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.
- Bước 2: Đối chiếu quy tắc, phương pháp giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình với những tình huống, câu hỏi và bài toán gặp phải để lựa chọn và sử dụng công cụ toán học phù hợp giải bài toán.
- Bước 3: Đối chiếu với câu hỏi ở tình huống ban đầu để chuyển kết quả bài toán (dưới dạng các nghiệm của phương trình, hệ phương trình) và trả lời câu hỏi về thực tiễn.
- Bước 4: Sử dụng mô hình hóa để khai thác, phát triển bài toán.

Ví dụ 4: GV đưa ra tình huống: Trên một cánh đồng cây 60 ha lúa giống mới và 40 ha lúa giống cũ. Thu hoạch tất cả được 460 tấn thóc. Hỏi năng suất mỗi loại lúa trên 1 ha là bao nhiêu biết rằng 3 ha trồng lúa giống mới thu hoạch được ít hơn 4 ha trồng lúa giống cũ là một tấn.

GV gợi ý để HS thực hiện giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình như sau: Gọi năng suất trên 1 ha của lúa giống mới là x (tấn), điều kiện ($x > 0$). Gọi năng suất trên 1 ha của lúa giống cũ là y (tấn), điều kiện ($y > 0$). Ta có hệ phương trình $60x + 40y = 460$ và $4y - 3x = 1$. Dùng quy tắc giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn trên, ta tìm được $x = 5$; $y = 4$. Nói cách khác, GV đã hướng dẫn HS tìm ra được năng suất của lúa giống mới là 5 tấn/1 ha, năng suất của lúa giống cũ là 4 tấn/1 ha. Như vậy, giống lúa mới có năng suất cao hơn giống lúa cũ.

2.5. Phân tích thực nghiệm sư phạm

Để kiểm nghiệm tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm trên, chúng tôi đã tổ chức thực nghiệm đối với các lớp 8 và 9 tại hai trường trung học cơ sở Bình Hòa và Giao

Lạc thuộc huyện Giao Thủy tỉnh Nam Định. Chúng tôi đã tiến hành dạy thực nghiệm sáu tiết trong chủ đề “Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình” thuộc phân môn Đại số lớp 8, 9. Trong quá trình thực nghiệm, chúng tôi tiến hành quan sát, phỏng vấn, ghi chép những biểu hiện của HS, trao đổi ý kiến rút kinh nghiệm,... về diễn biến hứng thú, nhận thức, kỹ năng mô hình hóa của HS các lớp thực nghiệm và đối chứng. Kết thúc thực nghiệm sư phạm, chúng tôi nhận thấy năng lực mô hình hóa của HS ở lớp thực nghiệm tốt hơn đáng kể so với HS ở lớp đối chứng, biểu hiện cụ thể ở lớp thực nghiệm: Biết rút gọn đề đơn giản tình huống ban đầu; Làm rõ mục tiêu và nhìn thấy vấn đề; Xác định được các biến, tham số, hằng số; Thiết lập được bài toán; Lựa chọn mô hình, công cụ toán học và biểu diễn bằng ngôn ngữ, ký hiệu toán học; Giải được bài toán và liên hệ lại vấn đề trong thực tiễn. HS lớp thực nghiệm đã biết sử dụng những mô hình toán học được học để giải quyết được các vấn đề toán học trong các mô hình được thiết lập; đồng thời biểu đạt được lời giải bài toán theo ngữ cảnh thực tế và làm quen với việc kiểm chứng tính đúng đắn của lời giải, bước đầu biết điều chỉnh mô hình khi nhận thấy cách giải quyết không phù hợp.

Bảng 1. Bảng phân bố ghép lớp tần suất điểm kiểm tra

Lớp	Số HS	Tỷ lệ điểm số của bài kiểm tra			Điểm trung bình	Độ lệch chuẩn
		0-4	5-6	7-10		
Thực nghiệm	30	9,9%	23,1%	67%	7,0	1,76
Đối chứng	30	16,7%	46,6%	36,7%	6,0	1,58

Dựa trên số liệu ở Bảng 1, chúng tôi đã tiến hành kiểm định giả thuyết H_0 “Điểm trung bình hai lớp khác nhau không có ý nghĩa thống kê (coi là như nhau)” với đối thuyết H_1 là “Điểm trung bình hai lớp khác nhau có ý nghĩa thống kê”. Ta tính được giá trị t-test là $t \approx 2,316$. Tra bảng phân phối Student với bậc tự do $n = 58$ ta có $t_{58}(0,025) = 2,00$. Như vậy, $t > t_{58}(0,025)$, có nghĩa là ta chấp nhận H_1 , bác bỏ giả thuyết H_0 hay nói cách khác, điểm trung

biên của hai lớp khác nhau là có ý nghĩa thống kê. Từ đó, có thể khẳng định tác động của các biện pháp sư phạm là có ý nghĩa khoa học.

3. Kết luận

Phương pháp mô hình hóa có vai trò quan trọng trong việc phát triển năng lực cho HS thông qua môn Toán, đáp ứng được yêu cầu của chương trình giáo dục phổ thông năm 2018, giúp nội dung giáo dục không bị bó hẹp trong phạm vi sách giáo khoa mà gắn liền với đời sống thực tiễn. Mô hình hóa là con đường gắn lý thuyết toán học với thực tiễn, tạo nên sự thống nhất giữa nhận thức với hành động, góp phần phát triển phẩm chất, tư tưởng, ý chí, kỹ năng sống, hình thành những năng lực cần có của con người lao động trong xã hội hiện đại, là con đường để phát triển toàn diện nhân cách của HS. Kết quả nghiên cứu cũng cho thấy phương pháp mô hình hóa là cách tiếp cận phù hợp trong dạy học môn Toán nhằm thực hiện mục tiêu phát triển năng lực toán học cho học sinh, trong đó có năng lực mô hình hóa. Thông qua các hoạt động mô hình hóa, HS được trải nghiệm thực tiễn, giải quyết vấn đề và đối chiếu trở lại thực tiễn để kiểm nghiệm hoặc cải tiến mô hình, cải tiến thực tiễn khách quan.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo, Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT về ban hành chương trình giáo dục phổ thông, 2018.
- [2]. Đỗ Đức Thái, Đỗ Tiến Đạt, “Xác định năng lực toán học trong chương trình giáo dục phổ thông mới”, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số 146, tr.1-7, 2017.
- [3]. Nguyễn Danh Nam, *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, Nxb Đại học Thái Nguyên, 2016.
- [4]. Annie Bessot, Nguyễn Thị Nga, “Mô hình hóa toán học các hiện tượng biến thiên trong dạy học nhờ hình học động dự án nghiên cứu Mira”, *Tạp chí Khoa học*, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, tr.55-63, 2011.
- [5]. Trần Trung, “Vận dụng mô hình hóa vào dạy học môn Toán ở trường phổ thông”, *Tạp chí Khoa học*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, số 06, tr.104-108, 2011.
- [6]. Trần Vui, “Sử dụng toán học hóa để nâng cao hiểu biết định lượng cho học sinh trung học phổ thông”, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số 43, tr.23-26, 2009.
- [7]. Blum, Galbraith, Henn, Niss, “Modelling and applications in mathematics education”, *The 14th ICMI Study*, Springer, 2007.
- [8]. Berinderjeet Kaur, Jaguthsing Dindyal, *Mathematical applications and modelling*, World Scientific Publishing, 2010.