VỀ TRÒ CHƠI ĐUỔI BẮT TUYẾN TÍNH TRÊN THANG THỜI GIAN

Vi Diệu Minh*
Trường Đại học Nông Lâm - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Nhằm thống nhất nghiên cứu các hệ động lực liên tục (hệ phương trình vi phân) và hệ động lực rời rạc (hệ phương trình sai phân), năm 1988, Stefan Hilger trong luận án Tiến sĩ của mình, đã đưa ra khái niệm *thang thời gian* (time scale). Nội dung chính của bài báo này là nghiên cứu bài toán trò chơi đuổi bắt tuyến tính trên thang thời gian. Đưa ra điều kiện đủ để kết thúc trò chơi với các điều khiển thỏa mãn hạn chế hình học hoặc hạn chế tích phân. Hai định lí được trình bày trong bài báo cho phép hợp nhất một số kết quả đã biết trong trò chơi đuổi bắt tuyến tính mô tả bởi phương trình vi phân hoặc phương trình sai phân với ràng buộc hình học hoặc ràng buộc tích phân.

Từ khóa: *Thang thời gian, Delta đạo hàm, điều khiển, trò chơi đuổi bắt tuyến tính, hệ động lực.*

MỞ ĐẦU

Khởi đầu bởi Hilger [10], trong 30 năm qua, *giải tích trên thang thời gian* và *hệ động lực trên thang thời gian* đã hình thành và phát triển rất mạnh mẽ (xem, thí dụ, [4], [5], [8], [9]). Thang thời gian cho phép hợp nhất các hệ động lực mô tả bởi hệ phương trình vi phân và hệ phương trình sai phân dưới cùng một mô hình chung là *hệ động lực trên thang thời gian*. Hệ động lực có điều khiển trên thang thời gian cũng đã bắt đầu được quan tâm trong những năm gần đây. Các kết quả cơ bản của phương trình vi phân và sai phân (lí thuyết định tính, lí thuyết ổn định,...) và lý thuyết điều khiển (tính điều khiển được,...) đã được phát biểu cho hệ động lực trên thang thời gian (xem, thí dụ, [1], [2], [3]). Tuy nhiên, theo hiểu biết của chúng tôi, trò chơi trên thang thời gian (hệ động lực chịu tác động bởi hai điều khiển nói chung có mục tiêu trái ngược) còn chưa được quan tâm. Bài viết này có lẽ là kết quả nghiên cứu đầu tiên về trò chơi trên thang thời gian. Các kết quả trong bài là hợp nhất một số kết quả đã biết cho bài toán trò chơi mô tả bởi hệ phương trình vi phân hoặc hệ phương trình sai phân (xem [6], [7]).

NỘI DUNG

Giải tích và hệ động lực trên thang thời gian

Mục này trình bày *Giải tích và Hệ động lực trên thang thời gian*, chủ yếu dựa theo [4], [5] và [9].

Thang thời gian *Thang thời gian* (time scale) là một tập đóng $\mathbb{T}$ bất kì của tập số thực $\mathbb{R}$.

Khi $\mathbb{T} \equiv \mathbb{R}$, ta có *thang thời gian liên tục*. Khi $\mathbb{T} \equiv \mathbb{N}$ (tập số tự nhiên) hoặc $\mathbb{T} \equiv \mathbb{Z}$ (tập số nguyên) ta có *thang thời gian rời rạc*. Tuy nhiên, theo định nghĩa, thang thời gian có thể là một tập đóng bất kì trong $\mathbb{R}$, thí dụ, $\mathbb{T} = \bigcup_{n=0}^{\infty} T_n = \bigcup_{n=0}^{\infty} [2n, 2n+1]$ là thang thời gian, ở đây $\mathbb{T}$ là hợp của các đoạn đóng

$T_n = [2n, 2n+1] = \{t \in \mathbb{R},\ 2n \le t \le 2n+1, n = 0,1,2,...\}$.

Cho thang thời *gian* $\mathbb{T}$.

Định nghĩa 2.1.1. *Toán tử nhảy tiến* (forward jump) là toán tử $\sigma : \mathbb{T} \to \mathbb{T}$ được xác định bởi

$\sigma(t) := \inf \{s \in \mathbb{T}, s > t\}$.

Toán tử nhảy lùi (backward jump) là toán tử $\rho : \mathbb{T} \to \mathbb{T}$ được xác định bởi

$\rho(t) := \sup\{s \in \mathbb{T}, s < t\}$.

Hàm hạt (graininess) là hàm $\mu : \mathbb{T} \to [0; \infty)$ được xác định bởi công thức $\mu(t) := \sigma(t) - t$.

Kí hiệu $\varnothing$ là tập rỗng. Ta quy ước: $\inf \varnothing := \sup \mathbb{T}$ và $\sup \varnothing := \inf \mathbb{T}$.

Định nghĩa 2.1.2. Điểm $t \in \mathbb{T}$ được gọi là *điểm cô lập phải* (right-scattered) nếu $t < \sigma(t)$.

Điểm $t \in \mathbb{T}$ được gọi là *điểm cô lập trái* (left-scattered) nếu $\rho(t) < t$.

* *Tel: 0912 804929*

Điểm $t \in \mathbb{T}$ được gọi là *điểm cô lập* (isolated) nếu $\rho(t) < t < \sigma(t)$.

Điểm $t \in \mathbb{T}$ được gọi là *điểm trù mật phải* (right-dense) nếu $t = \sigma(t)$.

Điểm $t \in \mathbb{T}$ được gọi là *điểm trù mật trái* (left-dense) nếu $\rho(t) = t$.

Điểm $t \in \mathbb{T}$ được gọi là *điểm trù mật* (dense) nếu $\rho(t) = t = \sigma(t)$.

Giải tích trên thang thời gian

Tôpô trên thang thời gian $\mathbb{T}$ là tôpô cảm sinh từ tôpô thông thường trên $\mathbb{R}$. Với tôpô cảm sinh, ta có thể xây dựng *giải tích trên thang thời gian* (các khái niệm giới hạn, liên tục, đạo hàm và tích phân,... trên thang thời gian $\mathbb{T}$). Các khái niệm lân cận, giới hạn dưới đây được hiểu là trong tôpô cảm sinh.

Ta kí hiệu tập $\mathbb{T}^\kappa$ như sau

$$\mathbb{T}^\kappa := \begin{cases} \mathbb{T} \setminus \{\sup \mathbb{T}\}, & \sup \mathbb{T} < +\infty; \\ \mathbb{T}, & \sup \mathbb{T} = +\infty. \end{cases}$$

Giả sử $f : \mathbb{T} \to \mathbb{R}$ là hàm xác định trên $\mathbb{T}$ và nhận giá trị trong $\mathbb{R}$ và $t \in \mathbb{T}^\kappa$.

Định nghĩa 2.1.1 Hàm $f : \mathbb{T} \to \mathbb{R}$ được gọi là *chính qui* (regulated) nếu giới hạn phải của nó tồn tại (hữu hạn) tại mọi điểm trù mật phải trong $\mathbb{T}$ và giới hạn trái của nó tồn tại (hữu hạn) tại mọi điểm trù mật trái trong $\mathbb{T}$.

Định nghĩa 2.1.2 Hàm $f : \mathbb{T} \to \mathbb{R}$ được gọi là *rd-liên tục* (rd-continuous) nếu nó liên tục tại mọi điểm trù mật phải trong $\mathbb{T}$ và giới hạn trái tồn tại (hữu hạn) tại các điểm trù mật trái trong $\mathbb{T}$.

Một $n \times n-$ma trận $A(.)$ xác định trên thang thời gian $\mathbb{T}$ được gọi là *rd - liên tục* nếu mỗi phần tử của $A(.)$ là rd-liên tục.

Hàm rd-liên tục $f : \mathbb{T} \to \mathbb{R}$ được gọi là *hồi quy* (regressive) nếu $1 + \mu(t) f(t) \neq 0, \ \forall t \in \mathbb{T}$.

Một $n \times n-$ma trận $A(.)$ rd-liên tục được gọi là *ma trận hồi qui* nếu $I + \mu(t)A(t)$ là khả nghịch với mọi $t \in \mathbb{T}^k$. Ở đây $I = I_n$ là ma trận đơn vị cấp $n \times n$.

Tập tất cả các ma trận hồi qui xác định trên được kí hiệu là $\Re = \Re(\mathbb{T}, \mathbb{R}^n)$.

Định nghĩa 2.1.3 (Definition 1.10, [4]) *Delta đạo hàm* (đạo hàm Hilger) của hàm x tại điểm $t \in \mathbb{T}^\kappa$ là một số (nếu nó tồn tại), kí hiệu là $x^\Delta(t)$, nếu với mỗi $\varepsilon > 0$ cho trước tồn tại một lân cận U của t (trong tôpô cảm sinh, nghĩa là, $U = (t-\delta, t+\delta) \cap \mathbb{T}$ với một δ nào đó) sao cho với mọi $s \in U$ ta có

$$\left[x(\sigma(t)) - x(s)\right] - x^\Delta(t)[\sigma(t) - s] \le \varepsilon |\sigma(t) - s|.$$

Đạo hàm Hilger của hàm vectơ $x : \mathbb{T} \to \mathbb{R}^n$ là vectơ đạo hàm Hilger của các thành phần tọa độ.

Khi $\mathbb{T} \equiv \mathbb{R}$ thì đạo hàm Hilger trở về đạo hàm thông thường, còn khi $\mathbb{T} \equiv \mathbb{Z}$ thì đạo hàm Hilger chính là toán tử sai phân tiến $x^\Delta(t) = x(t+1) - x(t), \ t \in \mathbb{Z}$.

Nếu $x(.)$ có đạo hàm Hilger tại mọi điểm $t \in \mathbb{T}^\kappa$ thì ta nói x là *hàm khả vi* trên $\mathbb{T}^\kappa$.

Hệ động lực trên thang thời gian

Định nghĩa 2.1.4 ([3]) Cho $f : \mathbb{T} \to \mathbb{R}^n$. Ta nói bài toán giá trị ban đầu của hệ động lực tuyến tính

$$x^\Delta(t) = A(t)x(t) + f(t), t \in \mathbb{T}, \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.1)$$

là *hồi qui* nếu $A \in \Re$ và f là hàm rd-liên tục.

Mệnh đề 2.1.1 ([3]) *Giả sử* $t_0 \in \mathbb{T}$ *và* $A \in \Re$ *là ma trận cấp* $n \times n$*. Khi ấy bài toán giá trị ban đầu*

$$X^\Delta(t) = A(t)X(t), \ X(t_0) = I_n,$$

trong đó I_n *là ma trận đơn vị cấp* $n \times n$*, có duy nhất nghiệm, được kí hiệu là* $\Phi_A(t, t_0)$.

Định lí 2.1.1 ([3]) *Giả sử* $t_0 \in \mathbb{T}$ *và* $x_0 \in \mathbb{R}^n$*. Khi ấy bài toán giá trị ban đầu (2.1) có duy nhất nghiệm* $x : \mathbb{T} \to \mathbb{R}^n$ *được cho bởi công thức*

$$x(t) = \Phi_A(t, t_0)x_0 + \int_{t_0}^{t} \Phi_A(t, \sigma(\tau)) f(\tau) \Delta\tau. \quad (2.2)$$

Chi tiết hơn về khái niệm tích phân trên thang thời gian và chứng minh công thức nghiệm (2.2) của hệ động lực trên thang thời gian (2.1) có thể xem trong [2], [4]. Ta thấy rằng công thức (2.2) trở về công thức nghiệm của phương trình vi phân (với $\sigma(\tau)=\tau$) khi $\mathbb{T}\equiv\mathbb{R}$.

Hàm vectơ $x(.):\mathbb{T}\to\mathbb{R}^n$ khả vi trên $\mathbb{T}$ thỏa mãn (2.1) được gọi là *nghiệm* hay *quĩ đạo* của hệ động lực (2.1) trên thang thời gian $\mathbb{T}$.

Trò chơi đuổi bắt tuyến tính trên thang thời gian

Trò chơi đuổi bắt tuyến tính

Xét bài toán trò chơi đuổi bắt tuyến tính dạng

$$z^{\Delta}(t)=A(t)z(t)-B(t)u(t)+C(t)v(t),\quad t\ge t_0;\ t,t_0\in\mathbb{T}. \tag{2.3}$$

Ở đây $z(t_0)=z_0$ cho trước, $z\in\mathbb{R}^n$, hàm $u(.),\ u:\mathbb{T}\to\mathbb{R}^p$ là điều khiển của người đuổi và $v(.),\ v:\mathbb{T}\to\mathbb{R}^q$ là điều khiển của người chạy. Các ma trận $A(t),\ B(t)$ và $C(t)$ có số chiều tương ứng là $n\times n,\ n\times p$ và $n\times q$.

Các điều khiển thường phải thỏa mãn một trong hai hạn chế sau:

1) Hạn chế hình học

$$u(t)\in P(t)\subseteq\mathbb{R}^p;\ v(t)\in Q(t)\subseteq\mathbb{R}^q,\ t\in\mathbb{T} \tag{2.4}$$

hoặc

2) Hạn chế tích phân (với $T:=\sup\{t,t\in\mathbb{T}\}$

$$\int_{t_0}^{T}\|u(s)\|^2\Delta s\le\rho^2;\qquad \int_{t_0}^{T}\|v(s)\|^2\Delta s\le\sigma^2. \tag{2.5}$$

Các hàm khả tích $u(.)$ và $v(.)$ thỏa mãn (2.4) hoặc (2.5) được gọi là *các điều khiển chấp nhận được*.

Với $z(t_0)=z_0$ cho trước, với mỗi điều khiển $u(.)$ và $v(.)$ đã chọn, thay vào hệ (2.3), sử dụng công thức (2.2), ta được nghiệm của hệ (2.3) dưới dạng

$$z(t)=\Phi_A(t,t_0)z_0-\int_{t_0}^{t}\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)\Delta\tau+\int_{t_0}^{t}\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)\Delta\tau.$$

Cho trước một tập đích $M\subseteq\mathbb{R}^n$, trong đó $M=M_1+M_2$, M_1 là không gian con của không gian $\mathbb{R}^n$, còn $M_2\subseteq L$, L là phần bù vuông góc của M_1 trong $\mathbb{R}^n$. Ta nói trò chơi đuổi bắt tuyến tính (2.3), xuất phát từ điểm $z(t_0)=z_0\notin M$, sẽ kết thúc sau thời gian $K\in\mathbb{T}$, nếu với mỗi điều khiển chấp nhận được $v(.)$ của người chạy, người đuổi có thể xây dựng được điều khiển chấp nhận được $u(t)$ của mình sao cho nghiệm tương ứng của (2.3) thỏa mãn điều kiện $z(K)\in M$.

Ký hiệu π là phép chiếu trực giao từ $\mathbb{R}^n$ xuống L. Giả sử $\dim L=r$. Khi đó trong một cơ sở nào đó của L, toán tử chiếu π sẽ tương ứng với một ma trận có số chiều $n\times r$, mà ta kí hiệu là Π. Điều kiện kết thúc trò chơi $z(K)\in M$ tương đương với $\Pi z(K)\in M_2$.

Trò chơi đuổi bắt tuyến tính với hạn chế hình học

Xét bài toán trò chơi đuổi bắt tuyến tính (2.3) với hạn chế hình học (2.4).

Cho A và B là hai tập trong $\mathbb{R}^n$. *Trừ hình học Pontriagin* (xem [6], [7]) của tập A và B là tập

$$A \overset{*}{-} B:=\{z\in\mathbb{R}^n, z+B\subseteq A\}.$$

Định lí 2.2.1 Giả sử $K\in\mathbb{T}$ là số nhỏ nhất trong các số $t\ge t_0,\ t\in\mathbb{T}$ sao cho

1) $\Pi\Phi_A(K,\sigma(t))B(t)P(t)\overset{*}{-}\Pi\Phi_A(K,\sigma(t))C(t)Q(t)\ne\varnothing$ với mọi $t_0\le t<K,\ t\in\mathbb{T}$.

2) $\Pi\Phi_A(K,t_0)z_0\in M_2+W(K)$,

trong đó

$$W(t)=\int_{t_0}^{t}\left(\Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)P(\tau)\overset{*}{-}\Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)Q(\tau)\right)\Delta\tau. \tag{2.6}$$

Khi ấy trò chơi kết thúc sau thời gian K.

Chứng minh Từ điều kiện $\Pi\Phi_A(K,t_0)z_0\in M_2+W(K)$ suy ra, tồn tại véctơ m_2 và hàm khả tích

$w(\tau) \in \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)P(\tau) \overset{*}{-} \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)Q(\tau),$
$0 \le \tau \le K,\ \tau \in \mathbb{T}$

sao cho

$$\Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 = m_2 + \int_{t_0}^{K} w(\tau)\Delta\tau.$$

Theo giả thiết,

$w(\tau) \in \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)P(\tau) \overset{*}{-} \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)Q(\tau),$ nên từ định nghĩa phép trừ hình học Pontriagin ta có

$$w(\tau) + \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)Q(\tau) \subseteq \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)P(\tau).$$

Như vậy, với mỗi $v(\tau) \in Q(\tau)$ tồn tại $u(\tau) \in P(\tau)$ sao cho

$$w(\tau) + \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)v(\tau) = \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)u(\tau).$$

Suy ra

$$\Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 = m_2 + \int_{t_0}^{K} w(\tau)\Delta\tau$$

$$= m_2 + \int_{t_0}^{K} \left[-\Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)v(\tau) + \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)u(\tau)\right]\Delta\tau$$

$$\Leftrightarrow \Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 - \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)u(\tau)\Delta\tau$$

$$+ \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)v(\tau)\Delta\tau = m_2$$

$$\Leftrightarrow \Pi[\Phi_A(t,t_0)z_0 - \int_{t_0}^{K} \Phi_A(t,\sigma(\tau))B(\tau)u(\tau)\Delta\tau$$

$$+ \int_{t_0}^{K} \Phi_A(t,\sigma(\tau))C(\tau)v(\tau)\Delta\tau] = m_2$$

$$\Leftrightarrow \Pi z(K) = m_2 \in M_2.$$

Vậy trò chơi đuổi bắt kết thúc sau thời gian K.

Nhận xét 2.2.1 Khi A, B, C là các ma trận hằng và $\mathbb{T} = ¡$ thì Định lí 2.1 trở về Hệ quả 1 trong [6]. Khi $\mathbb{T} = ¢$ thì Định lí 2.1 trở về Hệ quả 1 trong [7].

Trò chơi đuổi bắt tuyến tính với hạn chế tích phân

Xét bài toán trò chơi đuổi bắt tuyến tính (2.3) với hạn chế tích phân (2.5). Ta có

Định lý 2.2.2 Giả sử các giả thiết sau được thỏa mãn:

Giả thiết 1 Tồn tại toán tử tuyến tính rd-liên tục $F(\tau): ¡^q \to ¡^p$ có tính chất

$$\Pi\Phi_A(t,\tau)B(\tau)F(\tau) = \Pi\Phi_A(t,\tau)C(\tau), \forall \tau \ge t_0, \tau \in \mathbb{T}. \quad (2.7)$$

Giả thiết 2 K là số nhỏ nhất trong các số thực $t \ge t_0, t \in \mathbb{T}$ sao cho $\chi(t) \le \rho,$

trong đó $\chi^2(t) = \sup\limits_{\int_{t_0}^{t} \|v(\tau)\|^2 \Delta\tau \le \sigma^2} \int_{t_0}^{t} \|F(\tau)v(\tau)\|^2 \Delta\tau.$

Giả thiết 3

$\Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 \in M_2 + G(K),$ trong đó

$$G(K) := \left\{\int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B(\tau)w(\tau)\Delta\tau\right.$$

$$\left. : \int_{t_0}^{K} \|w(\tau)\|^2 \Delta\tau \le (\rho - \chi(K))^2\right\}.$$

Khi ấy trò chơi đuổi bắt tuyến tính (2.3) với hạn chế tích phân (2.5) kết thúc sau thời gian K.

Chứng minh Từ giả thiết 3 suy ra, tồn tại véctơ $m_2 \in M_2$ và một hàm $\bar{w}(s)$ với

$$\int_{t_0}^{K} \|\bar{w}(\tau)\|^2 \Delta\tau \le (\rho - \chi(K))^2,$$

sao cho

$$\Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 = m_2 + \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B\bar{w}(\tau)\Delta\tau. \quad (2.8)$$

Giả sử $\bar{v}(\tau)$ là điều khiển chấp nhận được bất kì của người chạy, tức là $\int_{t_0}^{K} \|\bar{v}(\tau)\|^2 \Delta\tau \le \sigma^2.$

Xây dựng điều khiển chấp nhận được của người đuổi như sau

$$\bar{u}(\tau) = F(\tau)\bar{v}(\tau) + \bar{w}(\tau),\ 0 \le \tau \le K.$$

Theo bất đẳng thức Minkowski trên thang thời gian (Theorem 3.3, [8]) ta có

$$\sqrt{\int_{t_0}^{K} \|\bar{u}(\tau)\|^2 \Delta\tau} = \sqrt{\int_{t_0}^{K} \|F(\tau)\bar{v}(\tau) + \bar{w}(\tau)\|^2 \Delta\tau}$$

$$\le \sqrt{\int_{t_0}^{K} \|F(\tau)\bar{v}(\tau)\|^2 \Delta\tau} + \sqrt{\int_{t_0}^{K} \|\bar{w}(\tau)\|^2 \Delta\tau} \le \chi(K) + (\rho - \chi(K)) = \rho.$$

Do đó $\bar{u}(.)$ là điều khiển chấp nhận được. Theo công thức nghiệm (2.2) của hệ động lực (2.1) ta có

$$\Pi z(K) = \Pi\left[\Phi_A(K,t_0)z_0 - \int_{t_0}^{K} \Phi_A(K,\sigma(\tau))B(\tau)\bar{u}(\tau)\Delta\tau + \int_{t_0}^{K} \Phi_A(K,\sigma(\tau))C(\tau)\bar{v}(\tau)\Delta\tau\right]$$

$$= \Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 - \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B(\tau)\bar{u}(\tau)\Delta\tau$$

$$+ \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))C(\tau)\bar{v}(\tau)\Delta\tau$$

$$= \Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 - \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B(\tau)(F(\tau)\bar{v}(\tau) + \bar{w}(\tau))\Delta\tau$$

$$+\int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\tau)C(\tau)\bar{v}(\tau)\Delta\tau$$

$$= \Pi\Phi_A(K,t_0)z_0 - \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B(\tau)F(\tau)\bar{v}(\tau)\Delta\tau - \int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B\bar{w}(\tau)\Delta\tau$$

$$+\int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))C(\tau)\bar{v}(\tau)\Delta\tau.$$

Từ giả thiết 1 và (2.8) suy ra

$$\Pi z(K) = \Pi\Phi_A(K,t_0)z_0$$

$$-\int_{t_0}^{K} \Pi\Phi_A(K,\sigma(\tau))B(\tau)\bar{w}(\tau)\Delta\tau = m_2.$$

Như vậy, với mỗi điều khiển chấp nhận được $\bar{v}(t)$, ta đã xây dựng được điều khiển chấp nhận được $\bar{u}(t)$ sao cho trò chơi kết thúc sau thời gian K. Định lí chứng minh xong.

Nhận xét 2.2.2 Khi A, B, C là các ma trận hằng và $\mathbb{T} = ¢$ thì Định lí 2.2.2 trở về Hệ quả 4 trong [7].

Nhận xét 2.2.3 Điều kiện (2.6) thường được gọi là "điều kiện nuốt", và toán tử $F(\tau): ¡^q \to ¡^p$ thỏa mãn điều kiện (2.7) thường được gọi là "toán tử chuyển". Các điều kiện này thể hiện lợi thế của người đuổi so với người chạy, cho phép với mỗi điều khiển chấp nhận được bất kì của người chạy có thể xây dựng được điều khiển chấp nhận được của người đuổi để kết thúc trò chơi.

KẾT LUẬN

Trong bài báo này chúng tôi đã phát biểu và chứng minh hai điều kiện kết thúc trò chơi đuổi bắt tuyến tính trên thang thời gian với hạn chế hình học và hạn chế tích phân. Hai định lí này cho phép hợp nhất một số kết quả đã biết trong trò chơi đuổi bắt tuyến tính mô tả bởi phương trình vi phân hoặc phương trình sai phân với ràng buộc hình học hoặc ràng buộc tích phân.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Chí Liêm (2012), *Tính ổn định của phương trình động học ẩn trên Time Scales*, Luận án Tiến sĩ, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội.

2. B. J. Jacson (2007), *A General Linear Systems Theory on Time Scales: Transforms, Stability, and Control*, Ph. D. Thesis, Baylor University.

3. J. J. DaCunha (2004), *Lyapunov Stability and Floquet Theory for Nonautonomous Linear Dynamic Systems on Time Scales*, Ph. D. Thesis, Baylor University.

4. Martin Bohner, Allan Peterson (2001), *Dynamic Equations on Time Scales - An introduction with Applications*, Birkhouser, Boston.

5. Martin Bohner, Allan Peterson (Eds.) (2003), *Advances in Dynamic Equations on Time Scales*, Birkhäuser, Boston.

6. Phan Huy Khải (1984), "*Phương pháp trực tiếp trong trò chơi vi phân tuyến tính với thông tin tổng quát*," Acta Mathematica Vietnamica, Vol. 9, No.1, pp. 41-63 (tiếng Nga).

7. Phan Huy Khải (1984), "*Phương pháp trực tiếp trong trò chơi sai phân tuyến tính với thông tin tổng quát*", Acta Mathematica Vietnamica, Vol. 9, No.2, pp. 213-247 (tiếng Nga).

8. Ravi Agarwal, Martin Bohner, Donal o'Regan, Allan Peterson (2002), "*Inequalities on time scales: a survey"*, Mathematical Inequalities & Applications, Volume 4, Number 4 (2001), 535–557.

9. Ravi Agarwal, Martin Bohner, Donal o'Regan, Allan Peterson (2002), "*Dynamic equations on time scales: a survey"*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 141, pp. 1-26.

10. S. Hilger (1988), *Ein Maßkettenkalkül mit Anwendung auf Zentrumsmannigfaltigkeiten*, Ph. D. Thesis, Universität Würzburg.

ABSTRACT
ON LINEAR PURSUIT GAME ON TIME SCALES

Vi Dieu Minh[*]
University of Agriculture and Forestry - TNU

In order to unify the study of differential and discrete equations, in 1988, in his doctoral thesis, Stefan Hilger introduced the notion "time scale" and "dynamic systems on the time scales". In this paper we consider the linear pursuit game on the time scales with geometric or integral constraints on controls. The sufficient conditions for completing the pursuit process on the time scales are presented. The two theorems presented in the article unify some known results in linear pursuit games described by differential equations or discrete equations.
Keyword: *Time scales, Delta derivative, controls, linear pursuit game, dynamic systems*

Ngày nhận bài: 20/10/2017; Ngày phản biện: 13/10/2017; Ngày duyệt đăng: 05/3/2018

[*] *Tel: 0912 804929*