

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢM BẠC CHO HỆ KHÔNG ỔN ĐỊNH DỰA THEO THUẬT TOÁN CHẶT CÂN BẰNG

Vũ Ngọc Kiên*

Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp – Đại học Thái Nguyên

TÓM TẮT

Trong bài báo này, chúng tôi giới thiệu và so sánh một số phương pháp giảm bậc cho hệ không ổn định dựa theo thuật toán chặt cân bằng. Các kết quả cho thấy thuật toán cân bằng của Zhou cho kết quả giảm bậc tốt nhất trên toàn bộ dải tần số. Thuật toán cân bằng LQG có kết quả sai lệch giảm bậc lớn nhất trong ba thuật toán giảm bậc. Thuật toán cân bằng của Zhou có sai lệch kết quả giảm bậc nhỏ nhất trong ba thuật toán. Kết quả mô phỏng cho thấy ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của các phương pháp giảm bậc

Từ khóa: Giảm bậc mô hình; thuật toán chặt cân bằng; hệ không ổn định; dải tần số; sai lệch giảm bậc

ĐẶT VẤN ĐỀ

Kể từ khi bài toán giảm bậc mô hình được đặt ra, đã có rất nhiều thuật toán được đề xuất để xuất. Trong đó phương pháp giảm bậc phổ biến nhất có thể kể đến là phương pháp chặt cân bằng của Moore [1]. Phương pháp chặt cân bằng được thực hiện bằng cách áp dụng điều kiện tương đương lên quá trình đường chéo hóa đồng thời hai ma trận Gramian điều khiển và Gramian quan sát động học của hệ trong tư duy hệ hở. Việc tương đương hóa hai ma trận đường chéo như thế cho phép chuyển mô hình gốc biểu diễn trong hệ cơ sở bất kỳ thành hệ tương đương biểu diễn theo hệ tọa độ trong không gian cân bằng nội. Từ không gian cân bằng đó, mô hình bậc thấp có thể tìm được bằng cách loại bỏ các giá trị riêng ít đóng góp cho sự tạo dựng mối quan hệ giữa đầu vào và đầu ra của hệ, tức là loại bỏ các trạng thái ít khả năng điều khiển và quan sát. Trên cơ sở phương pháp chặt cân bằng của Moore [1] đã có nhiều thuật toán khác được đề xuất như phương pháp cân bằng ngẫu nhiên [2], cân bằng thực dương [3], phương pháp xấp xỉ chuẩn Hankel [4], ... Các thuật toán dựa trên thuật toán chặt cân bằng chủ yếu áp dụng cho hệ tuyến tính ổn định bởi các khái niệm gốc của phương pháp chặt cân bằng (ma trận Gramian điều khiển và

Gramian quan sát) luôn đi kèm yêu cầu hệ là ổn định tức là hệ có tất cả các điểm cực nằm ở bên trái trục ảo. Điều trên cũng gặp phải ở hầu hết các phương pháp giảm bậc khác – đó là các phương pháp này chủ yếu áp dụng cho hệ tuyến tính ổn định. Tuy nhiên, trong thực tế các mô hình tuyến tính bậc cao (mô hình đối tượng bậc cao, các bộ điều khiển bậc cao [5], [6], [7]) cũng có thể không ổn định, do đó để đáp ứng yêu cầu bài toán giảm bậc thì các thuật toán cần phải có khả năng giảm bậc được cả hệ ổn định và không ổn định. Để có thể giải quyết bài toán giảm bậc hệ không ổn định thì có hai hướng:

Hướng thứ nhất là mở rộng phạm vi của các thuật toán giảm bậc cho hệ ổn định sao cho nó có thể giảm bậc được cho hệ không ổn định [8], [9], [10].

Hướng thứ hai là xây dựng thuật toán hoàn toàn mới có thể giảm bậc cả hệ ổn định và hệ không ổn định hay thực hiện giảm bậc không phân biệt hệ gốc là ổn định hay không ổn định [11].

Mỗi thuật toán giảm bậc theo hai hướng này đều có cách tiếp cận riêng và cần được đánh giá để sử dụng vào các ứng dụng cụ thể. Với mong muốn đưa ra được các đánh giá cụ thể các thuật toán đã được đề xuất để giảm bậc hệ không ổn định, trong bài báo này tác giả tác giả tập trung giới thiệu và đánh giá các thuật

*Tel: 0965 869293, Email: atv324@gmail.com

toán giảm bậc hệ không ổn định theo hướng thứ nhất– cụ thể là đánh giá, so sánh ba thuật toán giảm bậc hệ không ổn định là phần mở rộng của thuật toán cân bằng đó là: thuật toán cân bằng LQG [8], thuật toán cân bằng của Zhou [9], thuật toán cân bằng của Zilochian [10]. Với mục tiêu như trên, trong các phần tiếp theo của bài báo là tác giả sẽ giới thiệu các thuật toán giảm bậc hệ không ổn định dựa trên thuật toán chặt cân bằng và kết quả ứng dụng các thuật toán đã giới thiệu để giảm bậc bộ điều khiển bậc cao, từ kết quả giảm bậc tác giả đưa ra được đánh giá về ưu nhược điểm của các phương pháp giảm bậc đã được giới thiệu.

MỘT SỐ THUẬT TOÁN GIẢM BẬC HỆ KHÔNG ỔN ĐỊNH DỰA TRÊN THUẬT TOÁN CHẶT CÂN BẰNG

Bài toán giảm bậc mô hình

Cho một hệ tuyến tính, liên tục, tham số bất biến theo thời gian, có nhiều đầu vào, nhiều đầu ra, mô tả trong không gian trạng thái bởi hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (1)$$

trong đó, $x \in R^n$, $u \in R^p$, $y \in R^q$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times p}$, $C \in R^{q \times n}$.

Mục tiêu của bài toán giảm bậc đối với mô hình mô tả bởi hệ phương trình đã cho trong (1) là tìm mô hình mô tả bởi hệ các phương trình:

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u \\ y_r &= C_r x_r\end{aligned}\quad (2)$$

trong đó, $x_r \in R^r$, $u \in R^p$, $y_r \in R^q$, $A_r \in R^{r \times r}$, $B_r \in R^{r \times p}$, $C_r \in R^{q \times r}$, với $r \leq n$;

Sao cho mô hình mô tả bởi phương trình (2) có thể thay thế mô hình mô tả bởi phương trình trong (1) ứng dụng trong phân tích, thiết kế, điều khiển hệ thống.

Thuật toán chặt cân bằng mở rộng của Zhou

Như đã đề cập ở phần 1, vấn đề khó khăn khi áp dụng thuật toán chặt cân bằng cho hệ không ổn định đó là việc xác định các gramian luôn đi kèm yêu cầu hệ gốc là ổn định tiệm cận. Để có thể xác định được các gramian của hệ không ổn định Zhou [9] đã

chứng minh được rằng có thể sử dụng các hàm đặc biệt X và Y là nghiệm của hai phương trình Lyapunov (3) như sau:

$$\begin{aligned}XA + A'X - XBB'X &= 0 \\ AY + YA' - YC'CY &= 0\end{aligned}\quad (3)$$

Từ hai hàm đặc biệt X và Y qua phép đặt $F = -B'X$ và $L = -YC'$, ta có thể xác định gramian điều khiển và gramian quan sát của hệ không ổn định qua hai phương trình lyapunov (4) sau:

$$\begin{aligned}(A + BF)P + P(A + BF)' + BB' &= 0 \\ Q(A + LC) + A(A + LC)' + C'C &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

Sau khi xác định được gramian điều khiển P và gramian quan sát Q ta thực hiện các bước theo thuật toán chặt cân bằng của Moore sẽ thu được hệ giảm bậc của hệ gốc không ổn định.

Nội dung cụ thể của thuật toán chặt cân bằng của Zhou [9] như sau:

Đầu vào: Hệ (A, B, C) được mô tả trong (1) (hệ không ổn định)

Bước 1: Tính hàm đặc biệt X và Y theo hệ phương trình (3).

Bước 2: Đặt $F = -B'X$ và $L = -YC'$

Bước 3: Tính gramian điều khiển P và gramian quan sát Q theo hệ phương trình (4).

Bước 4: Phân tích các ma trận sau

Phân tích Cholesky ma trận $P = RR^T$, với R là ma trận tam giác trên.

Phân tích SVD ma trận $RQR^T = U\Lambda V^T$.

Bước 5: Tính các ma trận $L = V^{1/2}$

Tính ma trận không suy biến $T^{-1} = R^T U L^{-1/2}$

Bước 6:

Tính $(A, B, C) = (T^{-1}AT, T^{-1}B, CT)$.

Bước 7: Chọn số bậc cần rút gọn r sao cho $r < n$.

Biểu diễn (A, B, C) ở dạng khối như sau:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, C = [C_1 \quad C_2],$$

trong đó $A_{11} \in R^{r \times r}$, $B_1 \in R^{r \times p}$, $C_1 \in R^{q \times r}$.

Đầu ra: Hệ giảm bậc (A_{11}, B_1, C_1) .

Thuật toán chặt cân bằng mở rộng của Zilochian

Để vượt qua khó khăn trong việc xác định các gramian của hệ không ổn định, thì Zilochian [10] đưa ra ý tưởng chuyển đổi hệ từ dạng không ổn định về dạng ổn định thông qua phép dịch chuyển trục tọa độ (hay phép ánh xạ). Khi hệ đã ở dạng ổn định thì ta có thể giảm bậc hệ theo thuật toán chặt cân bằng. Cuối cùng, thuật toán thực hiện phép chiếu ngược (dịch chuyển gốc tọa độ ngược) để chuyển hệ giảm bậc ổn định về dạng không ổn định giống hệ gốc ban đầu.

Để có thể thực hiện được ý tưởng trên thì bước đầu tiên và cũng rất quan trọng đó là xác định giá trị dịch chuyển trục tọa độ là bao nhiêu để kết quả giảm bậc là tốt nhất có thể. Zilochian [10] đã chứng minh được rằng để có kết quả giảm bậc tốt là có thể dịch chuyển trục tọa độ dựa vào giá trị phần thực của điểm cực không ổn định có phần thực lớn nhất.

Thuật toán chặt cân bằng của Zilochian [10] cụ thể như sau:

Đầu vào: Hệ (A, B, C) được mô tả trong (1) (hệ không ổn định) có biểu diễn dạng hàm truyền là $G(s) := C(sI - A)^{-1}B$.

Bước 1: Xác định điểm cực α không ổn định lớn nhất của hệ (1). Đặt $\beta = \text{real}(\alpha) + \delta$, trong đó $\delta \in R$ nhỏ tùy ý và $\delta > 0$.

Chuyển đổi hệ (A, B, C) thành hệ $G_\beta(s)$ ổn định theo hệ phương trình sau:

$$A_\beta = A - \beta I$$

$$B_\beta = B$$

$$C_\beta = C$$

Bước 2: Tính Grammian quan sát Q_β và Grammian điều khiển được P_β của hệ thống $(A_\beta, B_\beta, C_\beta)$ bằng cách giải hai phương trình Lyapunov (5) như sau:

$$\begin{aligned} A_\beta P_\beta + P_\beta A_\beta^T &= -B_\beta B_\beta^T, \\ A_\beta^T Q_\beta + Q_\beta A_\beta &= -C_\beta^T C_\beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Bước 3: Phân tích các ma trận sau:

Phân tích Cholesky ma trận $P_\beta = R_{\beta p} R_{\beta p}^T$, với $R_{\beta p}$ là ma trận tam giác trên.

Phân tích Cholesky ma trận $Q_\beta = R_{\beta o} R_{\beta o}^T$, với $R_{\beta o}$ là ma trận tam giác trên.

Phân tích SVD ma trận $R_{\beta o} R_{\beta p}^T = U_\beta \Lambda V_\beta^T$.

Bước 4: Tính ma trận T_β không suy biến

$$T_\beta^{-1} = R_{\beta p} V_\beta \Lambda_\beta^{-1/2}$$

Bước 5:

Tính $(\hat{A}_\beta, \hat{B}_\beta, \hat{C}_\beta) = (T_\beta^{-1} A_\beta T_\beta, T_\beta^{-1} B_\beta, C_\beta T_\beta)$.

Bước 6: Chọn số bậc cần rút gọn r sao cho $r < n$.

Biểu diễn $(\hat{A}_\beta, \hat{B}_\beta, \hat{C}_\beta)$ ở dạng khối như sau:

$$\hat{A}_\beta = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11\beta} & \hat{A}_{12\beta} \\ \hat{A}_{21\beta} & \hat{A}_{22\beta} \end{bmatrix}, \hat{B}_\beta = \begin{bmatrix} \hat{B}_{1\beta} \\ \hat{B}_{2\beta} \end{bmatrix}, \hat{C}_\beta = \begin{bmatrix} \hat{C}_{1\beta} & \hat{C}_{2\beta} \end{bmatrix},$$

trong đó $\hat{A}_{11\beta} \in R^{rxr}$, $\hat{B}_{1\beta} \in R^{rxp}$, $\hat{C}_{1\beta} \in R^{qxr}$.

Ta thu được hệ giảm bậc $(\hat{A}_{11\beta}, \hat{B}_{1\beta}, \hat{C}_{1\beta})$ ổn định.

Bước 7: Chuyển đổi hệ $(\hat{A}_{11\beta}, \hat{B}_{1\beta}, \hat{C}_{1\beta})$ ổn định về hệ ổn định $-\beta$ $(\hat{A}_{11}, \hat{B}_1, \hat{C}_1)$ theo hệ phương trình sau:

$$\hat{A}_{11} = \hat{A}_{11\beta} - \beta I,$$

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_{1\beta},$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_{1\beta}.$$

Đầu ra: Hệ giảm bậc $(\hat{A}_{11}, \hat{B}_1, \hat{C}_1)$

Thuật toán cân bằng LQG

Ý tưởng của thuật toán cân bằng LQG [8] là thay vì tính toán giá trị gramian điều khiển được và quan sát thông qua phương trình Lyapunov, thuật toán đề xuất tính toán gramian điều khiển được và quan sát được của hệ không ổn định bằng thông qua phương trình Riccati mở rộng (6) như sau:

$$\begin{aligned} AP + PA' - PC'C'P + BB' &= 0 \\ A'Q + QA - QBB'Q + C'C &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Sau khi xác định được giá trị của gramian điều khiển $\mathbf{P}$ và gramian quan sát $\mathbf{Q}$ ta thực hiện các bước theo thuật toán chặt cân bằng của Moore sẽ thu được hệ giảm bậc của hệ gốc không ổn định.

Thuật toán cân bằng LQG [8] cụ thể như sau:

Đầu vào: Hệ $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ được mô tả trong (1) (hệ không ổn định)

Bước 1: Tính gramian điều khiển $\mathbf{P}$ và gramian quan sát $\mathbf{Q}$ theo hệ phương trình (6).

Bước 2: Phân tích các ma trận sau

Phân tích Cholesky ma trận $\mathbf{P} = \mathbf{R}\mathbf{R}^T$, với $\mathbf{R}$ là ma trận tam giác trên.

Phân tích SVD ma trận $\mathbf{R}\mathbf{Q}\mathbf{R}^T = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{V}^T$.

Bước 3: Tính ma trận $\mathbf{L} = \mathbf{V}^{1/2}$

Bước 4: Tính ma trận không suy biến $\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{R}^T \mathbf{U} \mathbf{L}^{-1/2}$

Bước 6:

Tính $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = (\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}, \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}, \mathbf{C}\mathbf{T})$.

Bước 7: Chọn số bậc cần rút gọn r sao cho $r < n$.

Biểu diễn $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ ở dạng khối như sau:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2],$$

trong đó $\mathbf{A}_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $\mathbf{B}_1 \in \mathbb{R}^{r \times p}$, $\mathbf{C}_1 \in \mathbb{R}^{q \times r}$.

Đầu ra: Hệ giảm bậc $(\mathbf{A}_{11}, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1)$.

MÔ PHỎNG VÀ THẢO LUẬN

Giảm bậc bộ điều khiển bậc cao

Trong [7], tác giả đã thiết kế bộ điều khiển bền vững RH_∞ để ổn định góc tải máy phát đồng bộ, kết quả thu được bộ điều khiển có bậc 28 như sau:

$$\mathbf{R}(s) = \frac{\mathbf{N}(s)}{\mathbf{D}(s)}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N}(s) = & -0.004867s^{28} - 0.7519s^{27} - 58.8s^{26} \\ & - 2526s^{25} - 8.35 \cdot 10^4 s^{24} - 2.128 \cdot 10^6 s^{23} \\ & - 4.383 \cdot 10^7 s^{22} - 7.542 \cdot 10^8 s^{21} - 1.108 \cdot 10^{10} s^{20} \\ & - 1.411 \cdot 10^{11} s^{19} - 1.527 \cdot 10^{12} s^{18} - 1.544 \cdot 10^{13} s^{17} \\ & - 1.341 \cdot 10^{14} s^{16} - 1.032e^{15} s^{15} - 7.021 \cdot 10^{15} s^{14} \\ & - 4.211 \cdot 10^{16} s^{13} - 2.213 \cdot 10^{17} s^{12} - 1.01 \cdot 10^{18} s^{11} \\ & - 3.954 \cdot 10^{18} s^{10} - 1.306 \cdot 10^{19} s^9 - 3.564 \cdot 10^{19} s^8 \\ & - 7.845 \cdot 10^{19} s^7 - 1.348 \cdot 10^{20} s^6 - 1.723 \cdot 10^{20} s^5 \\ & - 1.52 \cdot 10^{20} s^4 - 8.162 \cdot 10^{19} s^3 - 1.984 \cdot 10^{19} s^2 \\ & + 3.89 \cdot 10^{16} s - 125.2 \\ \mathbf{D}(s) = & 5.25e^{-5}s^{28} + 0.009786s^{27} + 0.8675s^{26} \\ & + 48.8s^{25} + 1965s^{24} + 6.056 \cdot 10^4 s^{23} + 1.49 \cdot 10^6 s^{22} \\ & - 3.018 \cdot 10^7 s^{21} + 5.14 \cdot 10^8 s^{20} + 7.483 \cdot 10^9 s^{19} \\ & + 9.425 \cdot 10^{10} s^{18} + 1.035 \cdot 10^{12} s^{17} + 9.968 \cdot 10^{12} s^{16} \\ & + 8.432 \cdot 10^{13} s^{15} + 6.266 \cdot 10^{14} s^{14} + 4.079 \cdot 10^{15} s^{13} \\ & + 2.314 \cdot 10^{16} s^{12} + 1.134 \cdot 10^{17} s^{11} + 4.74 \cdot 10^{17} s^{10} \\ & + 1.66 \cdot 10^{18} s^9 + 4.762 \cdot 10^{18} s^8 + 1.085 \cdot 10^{19} s^7 \\ & + 1.891 \cdot 10^{19} s^6 + 2.399 \cdot 10^{19} s^5 + 2.062 \cdot 10^{19} s^4 \\ & + 1.065 \cdot 10^{19} s^3 + 2.479 \cdot 10^{18} s^2 - 1.59 \cdot 10^4 s \\ & + 2.945 \cdot 10^{-11} \end{aligned}$$

Theo lý thuyết điều khiển [12], bộ điều khiển bậc 28 dẫn tới nhiều bất lợi khi thực hiện điều khiển thực nên vấn đề cấp thiết đặt ra là cần phải giảm bậc bộ điều khiển bậc 28. Bộ điều khiển bậc 28 là một mô hình tuyến tính ổn định nhưng có hai điểm cực của hệ xấp xỉ bằng không. Tác giả sẽ sử dụng bộ điều khiển bậc 28 như là đối tượng để đánh giá hiệu quả các thuật toán giảm bậc đã được giới thiệu ở mục 2, kết quả thu được theo các bảng 1, 2 và 3.

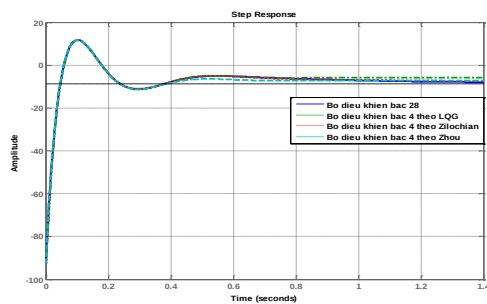
Bảng 1. Kết quả giảm bậc bộ điều khiển bậc cao theo thuật toán chặt cân bằng của Zhou

Bậc	$\mathbf{R}_r(s)$
5	$\frac{-92.89s^5 - 925.9s^4 - 6851s^3 - 4.932 \cdot 10^4 s^2 - 1.635 \cdot 10^4 s - 1.999 \cdot 10^4}{s^5 + 42.24s^4 + 706.8s^3 + 6955s^2 + 2143s + 2639}$
4	$\frac{-92.89s^4 - 912.8s^3 - 6772s^2 - 4.801 \cdot 10^4 s - 1.106e04 \cdot 10^4}{s^4 + 42.1s^3 + 701.4s^2 + 6869s + 1312}$
3	$\frac{-92.89s^3 - 906.5s^2 - 6518s - 4.763 \cdot 10^4}{s^3 + 42.03s^2 + 696.4s + 6757}$
2	$\frac{-92.89s^2 + 521.2s - 4377}{s^2 + 26.29s^2 + 178.7}$

Lưu ý: Ta sẽ gọi bộ điều khiển giảm bậc (bậc r) là bộ điều khiển bậc r .

Bảng 2. Kết quả giảm bậc bộ điều khiển bậc cao theo thuật toán chặt cân bằng của Zilochian

Bậc	$R_r(s)$
5	$\frac{-92.89s^5 - 438.1s^4 - 7570s^3 - 2.603 \cdot 10^4 s^2 - 3.759 \cdot 10^4 s - 1.26 \cdot 10^4}{s^5 + 36.85s^4 + 557.6s^3 + 4799s^2 + 4428s + 1653}$
4	$\frac{-92.89s^4 - 424s^3 - 7535s^2 - 2.483 \cdot 10^4 s - 3.513 \cdot 10^4}{s^4 + 36.7s^3 + 552.5s^2 + 4720s + 3923}$
3	$\frac{-92.89s^3 - 407.5s^2 - 6853s - 2.386 \cdot 10^4}{s^3 + 736.52s^2 + 538.8s + 4446}$
2	$\frac{-92.89s^2 + 220.1s - 4576}{s^2 + 29.11s^2 + 336.2}$



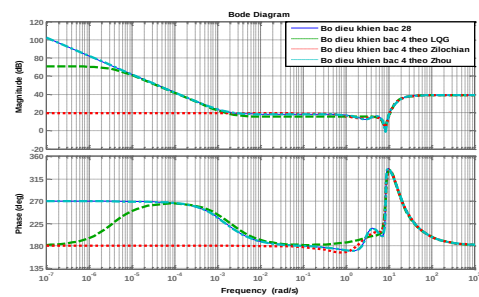
(a)

Bảng 3. Kết quả giảm bậc bộ điều khiển bậc cao theo thuật toán cân bằng LQG

Bậc	$R_r(s)$
5	$\frac{-92.89s^5 - 560.5s^4 - 7588s^3 - 3.197 \cdot 10^4 s^2 - 2.632 \cdot 10^4 s + 37.48}{s^5 + 36.31s^4 + 587.8s^3 + 5599s^2 + 2845s + 0.006441}$
4	$\frac{-92.89s^4 - 547s^3 - 7030s^2 - 3.139 \cdot 10^4 s + 65.45}{s^4 + 36.17s^3 + 577.1s^2 + 5360s - 0.01912}$
3	$\frac{-92.89s^3 + 278.7s^2 - 3613s + 3.781}{s^3 + 29.28s^2 + 254.1s + 0.003809}$
2	$\frac{-92.89s^2 + 891.7s + 0.1328}{s^2 + 22.68s^2 - 0.0004031}$

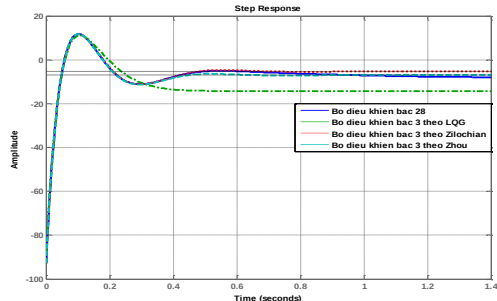
Kết quả mô phỏng và bình luận

Để đánh giá và xác định mô hình giảm bậc thích hợp, ta sử dụng đáp ứng bước nhảy và đáp ứng tần số của bộ điều khiển gốc và bộ điều khiển giảm bậc thể hiện trên Hình 1 như sau:

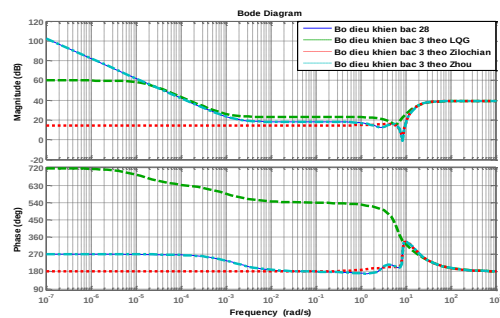


(b)

Hình 1. Đáp ứng quá độ (a) và đáp ứng tần số (b) của bộ điều khiển gốc và bộ điều khiển bậc 4

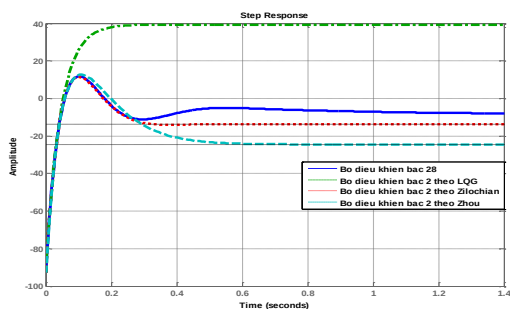


(a)

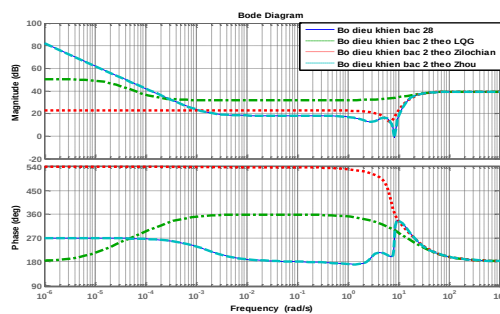


(b)

Hình 2. Đáp ứng quá độ (a) và đáp ứng tần số (b) của bộ điều khiển gốc và bộ điều khiển bậc 3



(a)



(b)

Hình 3. Đáp ứng quá độ (a) và đáp ứng tần số (b) của bộ điều khiển gốc và bộ điều khiển bậc 2

Qua các đặc tính mô phỏng ta thấy:

Với đáp ứng quá độ:

+ Bộ điều khiển bậc 4 theo thuật toán giảm bậc của Zilochian bám sát nhất đặt đáp ứng quá độ của bộ điều khiển gốc so với bộ điều khiển bậc 4 theo LQG và Zhou

+ Bộ điều khiển bậc 3 theo thuật toán giảm bậc của Zhou bám sát nhất đặc tính đáp ứng quá độ của bộ điều khiển gốc so với bộ điều khiển bậc 3 theo Zilochian và LQG

+ Bộ điều khiển bậc 2 theo các thuật toán giảm bậc đều sai lệch nhiều so với bộ điều khiển gốc bậc 28. Bộ điều khiển bậc 2 theo thuật toán Zilochian có mức độ sai lệch so với đặt tính quá độ của bộ điều khiển gốc nhỏ nhất trong ba bộ điều khiển bậc 2.

Với đáp ứng biên độ

+ Đáp ứng biên độ của bộ điều khiển bậc 4, bậc 3, bậc 2 theo thuật toán Zhou trùng khớp gần như hoàn toàn với đáp ứng biên độ của bộ điều khiển gốc.

+ Đáp ứng biên độ của bộ điều khiển bậc 4, bậc 3, bậc 2 theo thuật toán Zilochian sai lệch nhiều so với đáp ứng biên độ của bộ điều khiển gốc. Bậc của bộ điều khiển càng giảm thì mức độ sai lệch càng tăng lên.

+ Đáp ứng biên độ của bộ điều khiển bậc 4, bậc 3, bậc 2 theo thuật toán LQG sai lệch nhiều so với đáp ứng biên độ của bộ điều khiển gốc. Bậc của bộ điều khiển càng giảm thì mức độ sai lệch càng tăng lên.

+ Các bộ điều khiển giảm bậc theo thuật toán LQG có mức độ sai lệch của đáp ứng biên độ của bộ điều khiển gốc lớn nhất so với các bộ điều khiển giảm bậc theo thuật toán Zilochian và Zhou.

Qua phân tích các đáp ứng quá độ và đáp ứng tần số ta thấy rằng:

+ Với đáp ứng quá độ: Các bộ điều khiển giảm bậc theo thuật toán giảm bậc Zilochian cho kết quả tốt nhất (bám sát đặt tính quá độ của bộ điều khiển gốc).

+ Với đáp ứng tần số: Các bộ điều khiển giảm bậc theo thuật toán Zhou cho kết quả tốt nhất (trùng khớp với đặt tính bộ điều khiển gốc).

Từ đây ta thấy:

+ Nếu yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển chỉ quan tâm chủ yếu đến sai lệch đáp ứng quá độ - ta nên lựa chọn thuật toán giảm bậc Zilochian.

+ Nếu yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển chỉ quan tâm chủ yếu đến sai lệch đáp ứng biên độ - ta nên lựa chọn thuật toán Zhou.

+ Nếu yêu cầu của bài toán giảm bậc bộ điều khiển qua tâm đến cả sai lệch đáp ứng quá độ và đáp ứng tần số - ta nên lựa chọn thuật toán của Zhou.

Như vậy, cả ba thuật toán giảm bậc trực tiếp hệ không ổn định đều có khả năng giảm bậc hệ không ổn định với những ưu nhược điểm riêng và để lựa chọn phương pháp giảm bậc phù hợp cho hệ không ổn định ta cần bám vào yêu cầu đặt ra cho bài toán giảm bậc hệ không ổn định để lựa chọn thuật toán phù hợp

KẾT LUẬN

Bài báo đã giới thiệu ba thuật toán giảm bậc hệ không ổn định trên cơ sở thuật toán chặt cân bằng. Qua phân tích cách tiếp cận của các thuật toán để giảm bậc hệ không ổn định và ví dụ minh họa đã cho thấy mỗi thuật toán đều có những ưu nhược điểm riêng mà từ những đánh giá này, ta có thể lựa chọn phương pháp giảm bậc phù hợp với yêu cầu của bài toán giảm bậc hệ không ổn định. Hướng nghiên cứu tiếp theo của tác giả là tiến hành đánh giá, so sánh các thuật toán giảm bậc trực tiếp khác với ba thuật toán đã nêu trong bài báo, đồng thời sử dụng các kết quả giảm bậc trong các bài toán ứng dụng cụ thể để có đánh giá chất lượng hệ giảm bậc chính xác hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Moore B. C. (1981), "Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction", *IEEE Trans. Auto. Contr.*, AC-26, pp 17 – 32.

2. Desai U. B., Pal D. (1984), "A Transformation Approach to Stochastic Model Reduction", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 29, No. 12, pp. 1097 – 1100.
3. Green M. (1988), "A Relative Error Bound for Balanced Stochastic Truncation", *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Vol. 33, No. 10, pp. 961 – 965.
4. Antoulas A. C., Sorensen D. C., Gugercin S. (2001), "A Survey of Model Reduction Methods for Large-scale Systems", *Structured Matrices in Mathematics, Computer Science, and Engineering*, AMS 2001, pp. 193 – 219.
5. Thanh Bui Trung, Parnichkun Manukid (2008), "Balancing control of Bycirobo by PSO-based structure-specified mixed H_2/H_∞ control", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 5(4), pp. 395 – 402.
6. Thanh Bui Trung, Parnichkun Manukid, Hieu Le Chi (2009), "Structure-specified H_∞ loop shaping control for balancing of bicycle robots: A particle swarm optimization approach", *Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 224, No. 7, pp. 857 – 867.
7. Nguyễn Hiền Trung (2012), *Ứng dụng lý thuyết điều khiển tối ưu RH_∞ để nâng cao chất lượng của hệ điều khiển ổn định hệ thống điện PSS*, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên.
8. Jonckheere E. A., Silverman L. M. (1983), "A New Set of Invariants for Linear System – Application to Reduced Order Compensator Design", *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC- 28, No. 10, pp. 953 – 964.
9. Zhou K., Salomon G., Wu E. (1999), "Balanced realization and model reduction method for unstable systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 9, No. 3, pp. 183 – 198.
10. Zilochian A. (1991), "Balanced Structures and Model Reduction of Unstable Systems", *IEEE Proceedings of Southeastcon '91*, Vol 2, pp. 1198 – 1201.
11. Vũ Ngọc Kiên (2015), *Nghiên cứu thuật toán giảm bậc mô hình và ứng dụng cho bài toán điều khiển*, Luận án tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên.
12. Nguyễn Doãn Phước (2009), *Lý thuyết điều khiển nâng cao*, Nxb Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.

SUMMARY

SOME MODEL ORDER REDUCTION METHODS FOR UNSTABLE SYSTEM BASED ON BALANCED TRUNCATION ALGORITHM

Vu Ngoc Kien*

University of Technology – TNU

In this paper, we introduce and compare some model order reduction methods for unstable system based on balanced truncation algorithm. The results show that Zhou's balanced algorithm gives the best reduction result in the overall frequency range. The LQG balanced algorithm has the largest order reduction error in three order reduction algorithms. Zhou's equalization algorithm has the smallest order reduction error in the three algorithms. The simulated results show the advantages, disadvantages and the applicability of the reduction methods.

Keywords: Model order reduction; balanced truncation algorithm; unstable system; frequency range; order reduction error

Ngày nhận bài: 01/11/2017; Ngày phản biện: 04/12/2017; Ngày duyệt đăng: 05/01/2018

*Tel: 0965 869293, Email: atv324@gmail.com