

BIẾN ĐỔI LAPLACE VÀ ỨNG DỤNG TRONG KỸ THUẬT

Nguyễn Thị Phương*, Phan Thị Vân Huyền

Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp - ĐH Thái Nguyên

TÓM TẮT

Được đặt theo tên của nhà toán học và thiên văn học người Pháp nổi tiếng Pierre Simon Laplace (1749-1827), biến đổi Laplace là công cụ toán học có nhiều ứng dụng trong các lĩnh vực như toán học, vật lý, cơ học..., cho những bài toán có điều kiện đầu liên quan tới hàm cường bức, các bài toán giá trị biên. Nguồn gốc của ứng dụng này là ở chỗ biến đổi Laplace cho phép chuyển từ phép tính vi tích phân trên hàm sang các phép tính đại số trên ảnh của hàm qua biến đổi Laplace, do đó sẽ làm cho việc giải các phương trình, hệ phương trình vi phân, bài toán có điều kiện đầu, vi tích phân trở nên đơn giản hơn. Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu một số ứng dụng của phép biến đổi trong kỹ thuật: Ứng dụng trong các bài toán dao động, nghiên cứu các quá trình xảy ra trong một mạch điện liên tục, tìm nghiệm của bài toán biên có sử dụng sự hỗ trợ của phần mềm toán học.

Từ khóa: Biến đổi Laplace, phương trình vi phân, phương trình dao động, mạch điện, Matlab

GIỚI THIỆU

Biến đổi Laplace là phép biến đổi tích phân cho phép chuyển từ phép tính vi tích phân trên hàm $f(t)$ của biến thực t sang các phép tính đại số trên ảnh $F(s)$ của biến phức s , do đó phép biến đổi giúp đưa các bài toán và các điều kiện đầu (phương trình, hệ phương trình vi phân; phương trình, hệ phương trình tích phân, ...). về bài toán mới chứa hàm cần tìm là phương trình đại số trong miền phức s . Tuy các hệ phương trình vi phân tuyến tính đều có thể được giải bằng phương pháp cổ điển, nhưng với các bài toán về tín hiệu và phân tích hệ kỹ thuật là tuyến tính giữa đầu vào và đầu ra được biểu diễn bởi các phương trình vi phân tuyến tính, phép biến đổi Laplace có ứng dụng đặc biệt. Mặt khác khi dùng phép biến đổi để giải phương trình, hệ phương trình vi phân các điều kiện ban đầu được đưa vào ngay trong quá trình biến đổi nên sẽ xuất hiện luôn trong biểu thức nghiệm... Phép biến đổi này là công cụ hiệu quả để giải bài toán với điều kiện ban đầu thường gặp khi nghiên cứu các mạch điện liên tục, các hệ dao động cơ học... nhất là khi hàm kích động đầu vào là các hàm gián đoạn, tuần hoàn, hoặc là hàm xung. Ngoài ra, phép biến đổi Laplace còn có thể cung cấp công cụ tính toán, công

cụ đồ thị để việc phân tích, tổng hợp và thiết kế hệ thống được dễ dàng hơn.

Xét các hàm gốc $f(t)$ của biến thực t , đó là các hàm liên tục từng khoảng với $t \geq 0$; $\exists M > 0$, $\exists s \geq 0$ sao cho $|f(t)| \leq Me^{st} \forall t \geq 0$ và $f(t) = 0$ khi $t < 0$ [4].

Phép biến đổi Laplace: Giả sử $f(t)$ là một hàm gốc. Khi đó $F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt$ là hàm giải tích trong nửa mặt phẳng $\text{Re } s > s_0$ và được gọi là ảnh của $f(t)$ qua biến đổi Laplace, ký hiệu $L[f(t)]$ [4], [5].

Phép biến đổi Laplace ngược: Phép biến đổi $F(s)$ thành $f(t)$ được gọi là phép biến đổi Laplace ngược, $f(t) = L^{-1}[F(s)]$ [4], [5].

ỨNG DỤNG CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE TRONG KỸ THUẬT

Ứng dụng trong các bài toán dao động

a. Dao động điều hoà: Xét điểm P có khối lượng m chuyển động thẳng trên trục Ox , có toạ độ $x(t)$, và bị hút bởi lực phục hồi $f_1(t) = kx(t)$. Khi đó

$$mx'' = -f_1(t) \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0, \text{ với } k/m = \omega^2 [1]$$

b. Dao động tắt dần: Xét sức cản của môi trường với dao động tỉ lệ bậc nhất với vận tốc

* Tel: 0979 472770, Email: phuongnt1812@gmail.com

tức thời của chất điểm $f_2(t) = \alpha v(t)$. Khi đó

$$\Leftrightarrow mx'' + \alpha x'(t) + kx = 0 \Rightarrow x'' + 2\beta x' + \omega^2 x = 0$$

với $k/m = \omega^2$, $\alpha/m = 2\beta$ [1]

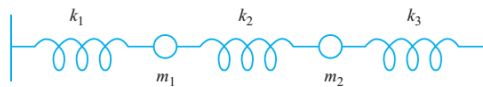
c. Dao động cưỡng bức khi không có lực cản:
Xét trường hợp điểm còn chịu tác động của ngoại lực tuần hoàn $f(t) = H \cos(\omega_0 t)$.

Khi đó $mx'' = -kx - \alpha x' + H \cos(\omega_0 t)$

$$\Rightarrow x'' + 2\beta x' + \omega^2 x = H \cos(\omega_0 t) / m \quad [1]$$

Ví dụ 1:

Xét hệ lò xo như hình 1, $m_1 = m_2 = 1, k_1 = k_3 = 3, k_2 = 5/2$. Chọn chiều dương bên phải và giả sử các vật nặng ở thời điểm ban đầu $x_1(0) = x_1'(0), x_2(0) = 1, x_2'(0) = 0$ và có vị trí $x_1(t)$ và $x_2(t)$ tại thời điểm t .



Hình 1

Tác động lực $f_1(t) = 0$ và $f_2(t) = 2(1 - H(t - 2))$ tương ứng vào 2 vật, theo định luật II Newton thì

$$m_1 x_1'' = -(k_1 + k_2)x_1 + k_2 x_2 + 2(1 - H(t - 2))$$

$$m_2 x_2'' = k_2 x_1 - (k_2 + k_3)x_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1'' = -\frac{11}{2}x_1 + \frac{5}{2}x_2 + 2(1 - H(t - 2)) \\ x_2'' = \frac{5}{2}x_1 - \frac{11}{2}x_2 \end{cases}$$

Lấy biến đổi Laplace ta được

$$\Rightarrow \begin{cases} s^2 X_1 = -\frac{11}{2}X_1 + \frac{5}{2}X_2 + 2\frac{(1 - e^{-2s})}{s} \\ s^2 X_2 = \frac{5}{2}X_1 - \frac{11}{2}X_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{(-9/2)s^2 + 2s^2 e^{-2s} - 11 + 11e^{-2s}}{s(24 + s^4 + 11s^2)} \\ X_2 = \frac{5 - 5e^{-2s} + (11/2)s^2 + s^4}{s(24 + s^4 + 11s^2)} \end{cases}$$

Lấy phép biến đổi ngược ta được

$$x_1(t) = 11/24 - (5/8)\cos(\sqrt{22}t) + (1/6)\cos(\sqrt{3}t) + (1/24)(-11 + 3\cos(\sqrt{22}(t-2)) + 8\cos(\sqrt{3}(t-2)))H(t-2)$$

$$x_2(t) = 5/24 + (5/8)\cos(\sqrt{22}t) + (1/6)\cos(\sqrt{3}t) + (1/24)(-5 - 3\cos(\sqrt{22}(t-2)) + 8\cos(\sqrt{3}(t-2)))H(t-2)$$

Việc tính toán thủ công là cần thiết nhằm nâng cao năng lực tư duy, tuy nhiên việc sử dụng các phần mềm toán học cũng rất hữu ích trong quá trình học tập cũng như nghiên cứu.

Để có được kết quả nhanh và khảo sát trong trường hợp thay đổi các thông số như khối lượng các vật, hệ số đàn hồi của các lò xo, chúng tôi tiến hành tính toán, lập hàm trên một số phần mềm toán học như Matlab, Maple (hoặc dùng các lệnh của maple được tích hợp sẵn trên Matlab)

Lập hàm trong Matlab

```
function [x1
x2]=funex1(m1,m2,k1,k2,k3,x10,
x20,dx10,dx20)
d2x1 =
sym('diff(diff(x1(t),t),t)');
d2x2 =
sym('diff(diff(x2(t),t),t)');
x1 = sym('x1(t)'); x2=
sym('x2(t)');
syms t s
H2=sym(Heaviside(t-2));
eq1=m1*d2x1+(k1+k2)*x1-k2*x2-
2*(1-H2);
eq2=m2*d2x2-k2*x1+(k2+k3)*x2;
L1 = laplace(eq1,t,s);
L2 = laplace(eq2,t,s);
syms Lx1 Lx2
Nx1 =
subs(L1,{'x1(0)','D(x1)(0)','x
2(0)','D(x2)(0)'},
{x10,dx10,x20,dx20});
Nx2 =
subs(L2,{'x1(0)','D(x1)(0)','x
```

```

2(0)', 'D(x2)(0)')',
{x10, dx10, x20, dx20});
Nx1=subs(Nx1, {'laplace(x1(t), t, s)', 'laplace(x2(t), t, s)'}, {Lx1, Lx2});
Nx2=subs(Nx2, {'laplace(x1(t), t, s)', 'laplace(x2(t), t, s)'}, {Lx1, Lx2});
[Lx1, Lx2] =
solve(Nx1, Nx2, Lx1, Lx2);
x1= ilaplace(Lx1, s, t)
x2= ilaplace(Lx2, s, t)

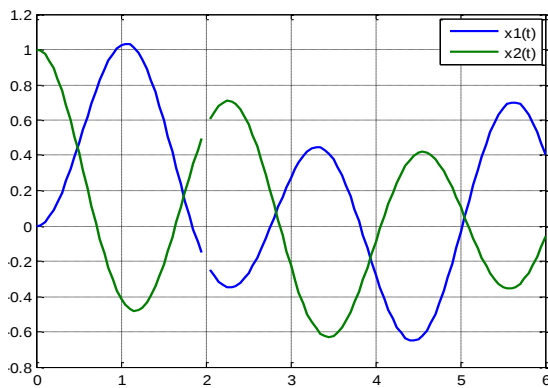
```

Tại cửa sổ lệnh, nhập như sau:

```

>> [x1
x2]=funex1(1,1,3,5/2,3,0,1,0,0)
>> t=[0:0.05:6];
>> x1=subs(x1,t);
>> x2=subs(x2,t);
>> plot(t,x1,t,x2)

```



Hình 2

Hình 2 cho biểu diễn nghiệm của bài toán dao động theo biến thời gian t trên Matlab.

Hoặc dùng Maple hay các lệnh của Maple lưu trữ sẵn trên Matlab như sau (trong phương trình có hàm gián đoạn nên không dùng dsolve trực tiếp được):

```

>> maple('d:=diff(x1(t), t$2)=-
11*x1(t)/2+5*x2(t)/2+2*(1-
Heaviside(t-
2)), diff(x2(t), t$2)=5*x1(t)/2-
11*x2(t)/2;');
>> maple('f={x1(t), x2(t)}');
>> maple('dsolve({d, x1(0)=0, D(x1)(0)=0, x2(0)=1, D(x2)(0)=0}, {x1(t), x2(t)}, method=laplace;')

```

Ví dụ 2:

Cho dao động trong môi trường không có lực cản, chịu lực cưỡng bức biến đổi tuần hoàn

$f(t) = H_0 \cos \omega_0 t$. Có phương trình vi phân là

$$x'' + \omega^2 x = H \cos(\omega_0 t), H = \frac{H_0}{m}, x(0) = a, x'(0) = b$$

Lấy biến đổi Laplace ta được

$$s^2 X - sa - b + \omega^2 X = H \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$\Rightarrow X = \frac{as}{s^2 + \omega^2} + \frac{b}{s^2 + \omega^2} + \frac{H}{s^2 + \omega^2} \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$$

Với $\omega \neq \omega_0$ thì

$$X = \frac{as}{s^2 + \omega^2} + \frac{b}{s^2 + \omega^2} + \frac{H}{\omega^2 - \omega_0^2} \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \right)$$

Lấy phép biến đổi ngược ta được

$$\Rightarrow x(t) = A \cos(\omega t - \varphi) + \frac{H}{\omega^2 - \omega_0^2} \cos \omega t,$$

$$A = \sqrt{\left(a + \frac{H}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)^2 + \frac{b^2}{\omega^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{b}{\omega \left(a + \frac{H}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)}$$

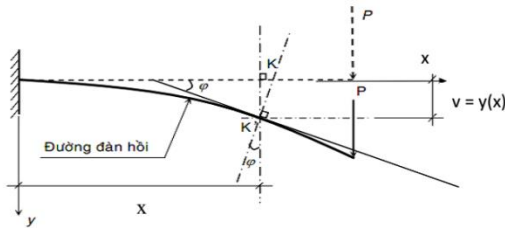
$$\text{Với } \omega = \omega_0 \quad x(t) = A \cos(\omega t - \varphi) + \frac{H}{2\omega} t \sin \omega t$$

$$A = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{\omega^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{b}{a\omega}$$

Nghiệm của bài toán giá trị biên:

Phương pháp biến đổi Laplace cũng rất hữu ích trong việc tìm nghiệm của các bài toán biên. Các bài toán này thường xuất hiện nhiều trong lý thuyết chuyển vị của dầm chịu uốn, hay bài toán phân phối nhiệt độ trên một thanh với nguồn nhiệt cho trước.

Xét một dầm có chiều dài l , và xét một điểm K trên trục dầm trước khi biến dạng. Sau khi biến dạng điểm K di chuyển thành điểm K' .



Hình 3

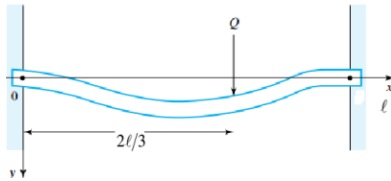
Thành phần vuông góc với trục dầm gọi là độ võng của K. Phương trình vi phân cho độ võng thẳng đứng $y(x)$ của dầm chịu tác dụng của tải trọng $W(x)$ trên một đơn vị chiều dài tại một khoảng x được tính từ gốc tọa độ trên

trục của dầm là $EI \frac{d^4 y}{dx^4} = W(x)$ $0 < x < l$ với EI là độ cứng chịu uốn của dầm [2].

Ví dụ 3:

Cho một dầm có chiều dài l , có khối lượng M bị ngàm hai đầu mút và chịu tải trọng tập trung có độ lớn Q tại $x = \frac{2}{3}l$ trên trục dầm.

Xác định độ võng của dầm?



Hình 4

Do bị ngàm 2 đầu mút nên độ võng và góc xoay ở tại các điểm đó bằng 0.

Khi đó $EI \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{M}{l} + Q\delta\left(x - \frac{2}{3}l\right)$ (1),

$0 < x < l$ với $y(0) = y'(0) = 0$, $y(l) = y'(l) = 0$ (2), Q là hằng số. Sử dụng phép biến đổi Laplace

$$s^4 Y(s) - sy''(0) - y''(0) = \frac{M}{EIs} + \frac{Q}{EI} e^{-\frac{2ls}{3}}.$$

$$Y(s) = \frac{y''(0)}{s^3} + \frac{y'''(0)}{s^4} + \frac{Q}{EI} \frac{e^{-\frac{2ls}{3}}}{s^4} + \frac{M}{lEI} \cdot \frac{1}{s^5}$$

$$\Rightarrow y(x) = y''(0) \frac{x^2}{2} + y'''(0) \frac{x^3}{6}$$

$$+ \frac{Q}{6EI} \left(x - \frac{2l}{3}\right)^3 H\left(x - \frac{2l}{3}\right) + \frac{M}{24EI} x^4 \quad (3)$$

Đạo hàm, thay điều kiện biên tại l suy ra

$$\begin{cases} y''(0) = \frac{l}{108EI} (9M + 8Q) \\ y'''(0) = -\frac{l}{54EI} (27M + 14Q) \end{cases}$$

Thay vào (3)

$$y(x) = -\frac{l}{216EI} (9M + 8Q)x^2 - \frac{l}{324EI} (27M + 14Q)x^3 + \frac{Q}{6EI} \left(x - \frac{2l}{3}\right)^3 H\left(x - \frac{2l}{3}\right) + \frac{M}{24EI} x^4 \quad 0 < x < l.$$

Sử dụng Matlab:

Có thể dùng các lệnh của Maple lưu trữ sẵn trên Matlab để giải bài toán biên này

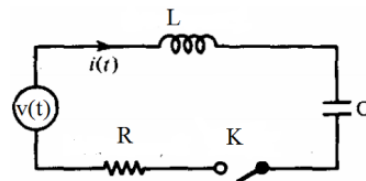
```
>>syms EI M Q l;
>>maple('d:=EI*diff(y(x),x$4)=M/l+Q*Dirac(x-2*l/3);');
>>maple('dsolve({d,y(0)=0,y(l)=0,D(y)(0)=0,D(y)(l)=0},y(x)),method=laplace;')
```

ỨNG DỤNG TRONG MẠCH ĐIỆN

Phép biến đổi Laplace là một công cụ hiệu nghiệm khi nghiên cứu các quá trình quá độ trong các mạch điện tử khi chúng được tác động một cách đột ngột bởi các xung điện ngắn hạn hay trong quá trình chuyển mạch. Quá trình đó gọi là đáp ứng của một mạch điện tử đối với một xung nhảy bậc ở thời điểm $t \geq 0$.

Theo định luật Ohm lượng giảm điện thế khi dòng điện qua điện trở R là $v_R(t) = Ri(t)$, qua cuộn cảm L là $v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ và khi qua tụ điện

C là $v_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$, $i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$ [3], [5], [6].



Hình 5

Theo định luật Kirchoff

$$L \frac{dI(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{Q(t)}{C} = v(t)$$

Áp dụng biến đổi Laplace cho phương trình này ta được $RI(s) + LsI(s) + \frac{1}{Cs}I(s) = U(s)$.

Đặt $Z(s) = R + Ls + \frac{1}{Cs}$ là trở kháng đặc

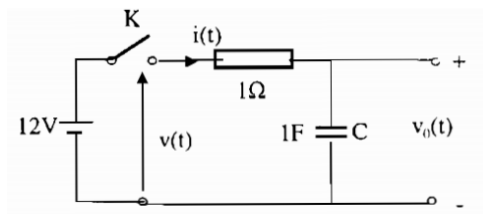
trung của mạch thì $U(s) = Z(s)I(s)$ là biểu thức của định luật Ohm dưới dạng toán tử của mạch điện.

Hàm truyền của một hệ thống tuyến tính:

Đáp ứng của một hệ thống đối với một tác động xác định ở lối vào phụ thuộc vào đặc tính của hệ thống đó, đặc tính này chứa trong một đại lượng gọi là hàm truyền của hệ thống. Hàm truyền $H(s)$ của hệ thống được xác định bằng tỉ số của biến đổi Laplace của tín hiệu lối ra trên biến đổi Laplace trên tín hiệu lối vào

$$H(s) = \frac{S(s)}{E(s)} \quad [3], [5], [6]$$

Ví dụ 4. Tìm điện áp lối ra $v_0(t)$ của mạch điện trong hình biết điện áp ban đầu của tụ C là $v_C(0) = 6V$, khoá K đóng tại $t = 0$.



Hình 6

Điện áp ở hai đầu tụ lối ra thỏa mãn

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = 12,$$

$$\text{lối vào } \frac{dv_0(t)}{dt} + v_0(t) = 12.$$

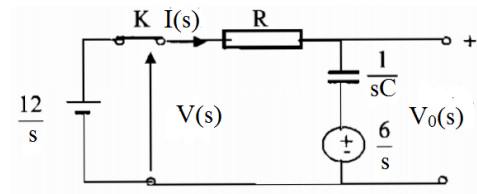
Lấy biến đổi Laplace 2 vế thì

$$sV_0(s) - v_0(0) + V_0(s) = \frac{12}{s} \Rightarrow V_0(s) = \frac{6s + 12}{s(s + 1)}$$

Lấy biến đổi Laplace ngược ta được

$$V_0(t) = 12 - 6e^{-t}, \quad t > 0$$

Ta cũng có thể giải quyết bài toán này bằng cách dùng sơ đồ mạch dưới dạng biến đổi Laplace



Hình 6

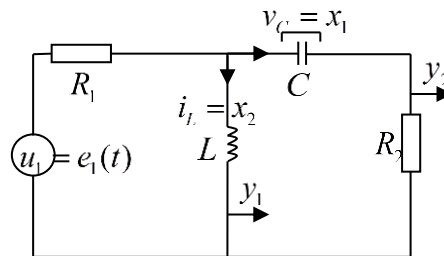
$$\text{Khi đó } \left(1 + \frac{1}{s}\right)I(s) = \frac{12}{s} - \frac{6}{s} \Rightarrow I(s) = \frac{6}{s + 1} A$$

Vậy điện áp lối ra $V_0(s) = \frac{1}{s} \frac{6}{s + 1} + \frac{6}{s}$, lấy biến đổi Laplace ngược ta thu được kết quả như trên.

Ví dụ 5: Cho mạch biểu diễn như hình vẽ, tìm ma trận truyền đối với các biến ra y_1, y_2 ứng với biến

vào u . Tính đáp lại của hệ khi $u = H(t)$ với điều kiện đầu không và

$$R_1 = 2, R_2 = 1.5, C = 3/7, L = 1/7$$



Hình 7

Áp dụng định luật Kirchoff

$$e = R_1(x_2 + Cx_2') + x_1 + R_2Cx_1'$$

$$e = R_1(x_2 + Cx_1') + x_1 + Lx_1' \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_1 + R_2)} & -\frac{R_1}{C(R_1 + R_2)} \\ \frac{R_1}{L(R_1 + R_2)} & \frac{R_1 R_2}{C(R_1 + R_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_1 + R_2)} \\ \frac{R_2}{L(R_1 + R_2)} \end{bmatrix} u$$

Với biến ra

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-1}{R_1 + R_2} & \frac{-R_1}{R_1 + R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_1 + R_2)} \\ \frac{1}{R_1 + R_2} \end{bmatrix} u$$

Thay các giá trị số vào được

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/3 & -4/3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2/3 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2/7 & -4/7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2/7 \end{bmatrix} u$$

Khi đó ma trận truyền

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}b + d = \begin{bmatrix} \frac{9s+14}{3s^2+20s+28} \\ -\frac{40s/7-8}{3s^2+20s+28} + \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

$x(0)=0$ nên $Y(s)=G(s)(1/s)$, lấy Laplace ngược

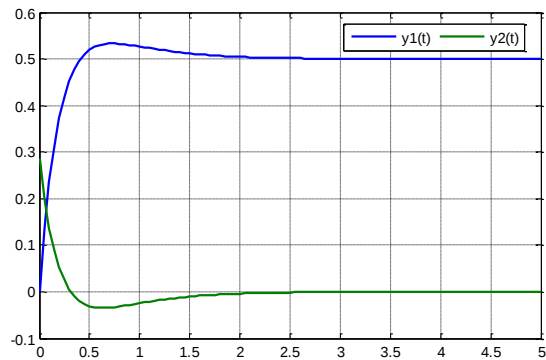
$$\Rightarrow y(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{3}{4}e^{-14t/3} \\ -\frac{3}{14}e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-14t/3} \end{bmatrix}$$

Sử dụng Matlab. Ta lập hàm sau, kết quả trả về là ma trận truyền và y

```
function [y G]=funex2(R1, R2,
C, L, u)
A=[-1/(C*(R1+R2)) -
R1/(C*(R1+R2)); R1/(L*(R1+R2))
-R1*R2/(L*(R1+R2))];
C1=[0 1; -1/(R1+R2) -
R1/(R1+R2)];
b=[1/(C*(R1+R2)); R2/(L*(R1+R2))];
d=[0; 1/(R1+R2)];
syms s
G=C1*(s*eye(2)-A)^(-1)*b+d
U=laplace(u);
Y=G*U;
y=ilaplace(Y);
```

Tại cửa sổ lệnh, nhập như sau:

```
>> [y G]=funex2(2, 1.5, 3/7,
1/7, sym('Heaviside(t)'))
t=[0:0.05:5];
>> y1=subs(y(1,1),t);
>> y2=subs(y(2,1),t);
>> plot(t,y1,t,y2)
```



Hình 8

Hình 8 cho biểu diễn nghiệm của bài toán trên phần mềm, giúp ta hình dung rõ ràng hơn về đáp lại của hệ.

Việc kết hợp ứng dụng của công cụ toán học biến đổi Laplace và phần mềm hỗ trợ Matlab cho bài toán kỹ thuật thể hiện được nhiều ưu điểm, đặc biệt là với các bài toán cần phân tích hệ thống, hay khi tín hiệu đầu vào là các hàm gián đoạn, tuần hoàn, hàm xung. Bước thứ nhất, ta lập phương trình (hệ phương trình) vi phân mô tả đối tượng của bài toán, sau đó áp dụng biến đổi Laplace để chuyển từ phép tính vi tích phân trên hàm sang các phép tính đại số trên ảnh của hàm qua biến đổi, khi đó việc giải các phương trình, hệ phương trình vi phân, bài toán có điều kiện đầu, vi tích phân trở nên đơn giản hơn. Sau cùng, sử dụng lập trình trên các phần mềm hỗ trợ như Matlab, Maple... không chỉ dừng lại ở việc kiểm tra kết quả mà còn có tác dụng khảo sát đối tượng khi có các đại lượng thay đổi hay giúp định hướng để giải quyết vấn đề. Biểu diễn đồ thị của nghiệm trên các phần mềm toán học cũng giúp việc mô tả đối tượng một cách trực quan dễ hiểu hơn.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên trong đề tài cấp cơ sở năm 2016-2017 mã số T2016-71.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lương Duyên Bình (2003), *Vật lý đại cương*, tập 2. Nxb Giáo dục.

2. Lê Quang Minh (1999), *Sức bền vật liệu*, tập 1-2, Nxb Giáo dục.
3. Hồ Văn Sung (2008), *Cơ sở lý thuyết mạch* tập 2, Nxb Khoa học và kỹ thuật.
4. Lê Lương Tài (2016) *Giáo trình toán kỹ thuật nâng cao*, Nxb Đại học Thái Nguyên.
5. Erwin Kreyszig (2011), *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons Inc.
6. Peter V. O'Neil (2007), *Advanced Engineering Mathematics 7th*, Thomson.

SUMMARY

THE LAPLACE TRANSFORM AND THE APPLICATION IN TECHNOLOGY

Nguyen Thi Phuong*, Phan Thi Van Huyen

University of Technology - TNU

Named after Pierre Simon Laplace, a famous French mathematician and astronomer (1749-1827), the Laplace transform is an important mathematic tool which has much application in many areas as mathematics, physics, mechanics.... The sources of the application is the transformation of the differential and integral calculus of the functions to algebraic calculus of their image, hence it makes solving linear ODEs, system of linear ODEs and related initial value problems, differential and integral equations simpler. In the paper, we study some of the application of the transform in engineering: The application in oscillation problems, the process which happens in electrical continuous time circuit, solving boundary problems... with using the mathematical softwares.

Keyword: *The Laplace transform, differential equation, oscillation equation, electrical networks, Matlab*

Ngày nhận bài: 01/9/2017; Ngày phản biện: 13/10/2017; Ngày duyệt đăng: 30/11/2017

* Tel: 0979 472770, Email: phuongnt1812@gmail.com