

**C-P-A APPROACH IN TEACHING MATHEMATICS****Bui Thi Hanh Lam<sup>1\*</sup>, Pham Duc Quang<sup>2</sup>, Do Thanh Phuc<sup>3</sup>, Cai Viet Long<sup>4</sup>**<sup>1</sup>TNU - University of Education, <sup>2</sup>Hanoi University of Education 2<sup>3</sup>TNU - University of Economics and Business Administration<sup>4</sup>Ngo Si Lien Secondary School - Hoan Kiem District - Hanoi

ARTICLE INFO	ABSTRACT
<b>Received:</b> 26/9/2023	This study aims to clarify the following issues: what is the relationship between C-P-A (Concrete-Pictorial-Abstract) ideology and teaching and capacity development; Ability to approach C-P-A ideology in teaching mathematics in high schools in Vietnam and around the world. Therefore, the article has clarified the idea of approaching C-P-A in teaching in general and teaching Mathematics in particular to develop students' competence. The article clarifies the ideological history of the C-P-A approach, the content of the C-P-A ideology applied in teaching in high schools, and the psychological basis of applying the C-P-A ideology in teaching in schools and introduce the model of applying this ideology in Singapore. On that basis, affirming the effectiveness of the C-P-A ideological approach in teaching Mathematics in high schools and the trend of increasing practical problems in teaching Mathematics is one of the orientations that are consistent with the ideology of mathematics. C-P-A. To carry out this study, the author used the method of theoretical research (analyzing and synthesizing documents), expert method. The research has confirmed the ability and method of approaching C-P-A ideology in teaching mathematics in high schools. These research results can open up the way to exploit C-P-A ideology in teaching mathematics in high schools in general and in Vietnam in particular.
<b>Revised:</b> 20/12/2023	
<b>Published:</b> 20/12/2023	
<b>KEYWORDS</b>	
C- P- A	
Concrete	
Pictorial	
Abstract	
Approach	
Teaching mathematics approach	
C-P-A	

**TIẾP CẬN C-P-A TRONG DẠY HỌC TOÁN****Bùi Thị Hạnh Lâm<sup>1\*</sup>, Phạm Đức Quang<sup>2</sup>, Đỗ Thanh Phúc<sup>3</sup>, Cai Việt Long<sup>4</sup>**<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm – ĐH Thái Nguyên, <sup>2</sup>Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2<sup>3</sup>Trường Đại học Kinh tế và Quản trị kinh doanh – ĐH Thái Nguyên<sup>4</sup>Trường THCS Ngô Sĩ Liên – Quận Hoàn Kiếm – Hà Nội

THÔNG TIN BÀI BÁO	TÓM TẮT
<b>Ngày nhận bài:</b> 26/9/2023	Nghiên cứu này nhằm làm rõ các vấn đề sau: có mối liên hệ gì giữa tư tưởng C-P-A (Cụ thể-Hình ảnh-Trừu tượng) với dạy học phát triển năng lực; Khả năng tiếp cận tư tưởng C-P-A trong dạy học toán ở các trường phổ thông ở Việt Nam và trên thế giới. Trên cơ sở đó, bài báo đã làm rõ tư tưởng C-P-A cũng như việc tiếp cận C-P-A trong dạy học nói chung và dạy học toán nói riêng theo hướng phát triển năng lực học sinh. Bài báo đã làm rõ về lịch sử tư tưởng tiếp cận C-P-A, nội dung của tư tưởng C-P-A áp dụng trong dạy học ở các nhà trường phổ thông, cơ sở tâm lý học của việc áp dụng tư tưởng C-P-A trong dạy học ở các trường phổ thông và giới thiệu mô hình áp dụng tư tưởng này ở Singapore. Trên cơ sở đó khẳng định tính hiệu quả của việc tiếp cận tư tưởng C-P-A trong dạy học Toán ở các trường phổ thông và xu hướng tăng cường các bài toán thực tiễn trong dạy học Toán là một trong những định hướng phù hợp với tư tưởng C-P-A. Các phương pháp nghiên cứu lý luận (phân tích và tổng hợp tài liệu), phương pháp chuyên gia đã được áp dụng. Nghiên cứu đã khẳng định được khả năng và cách thức tiếp cận tư tưởng C-P-A trong dạy học toán ở các trường phổ thông. Những kết quả nghiên cứu này có thể mở ra hướng khai thác tư tưởng C-P-A trong dạy học toán ở trường phổ thông nói chung và ở Việt Nam nói riêng.
<b>Ngày hoàn thiện:</b> 20/12/2023	
<b>Ngày đăng:</b> 20/12/2023	
<b>TỪ KHÓA</b>	
C- P- A	
Cụ thể	
Hình ảnh	
Trừu tượng	
Tiếp cận	
Dạy học Toán tiếp cận C-P-A	

DOI: <https://doi.org/10.34238/tnu-jst.8830>

\* Corresponding author. Email: lambth@tue.edu.vn

## 1. Giới thiệu

Xu thế chung của giáo dục thế kỉ 21 trên thế giới là tiếp cận phát triển năng lực người học [1]. Sự phát triển của khoa học nói chung và khoa học giáo dục nói riêng đã tạo nên những thay đổi lớn trong dạy học nói chung và dạy học toán nói riêng. Với mục tiêu chung là phát triển năng lực cho học sinh, mỗi quốc gia, mỗi nhà trường và mỗi giáo viên có sự lựa chọn khác nhau về cách tiếp cận đối với phạm vi chương trình, môn học, bài học. Trong những năm gần đây, có rất nhiều cách tiếp cận khác nhau trong dạy học nhằm phát triển năng lực cho học sinh trong dạy học Toán, McLeod, S. A. (2019) trong [2] đã giới thiệu tiếp cận C-P-A, Hisham Barakat Bishr Hussein (2023) [3] cũng đã chỉ ra một số xu hướng giáo dục toán học mang tính toàn cầu trong những năm gần đây, như sử dụng công nghệ kỹ thuật số, nghiên cứu sự tác động của giáo dục toán học đến thành tích của học sinh, học tập dựa trên yêu cầu, trò chơi và trò chơi hóa,... Trong bài báo này tập trung nghiên cứu tiếp cận C-P-A.

C-P-A là cách viết tắt của các từ khóa Concrete (Cụ thể) - Pictorial (Hình ảnh) - Abstract (trừu tượng). C-P-A là cách tiếp cận dựa trên tư tưởng C-R-A (C-R-A là các chữ cái đầu của các từ: Cụ thể (Concrete) - Biểu diễn (Representation) – Trừu tượng (Abstract) của Bruner trong dạy học [2].

Theo Leong, Y. H., Ho, W. K., & Cheng, L. P. (2015) [4], cách tiếp cận này xuất hiện đầu tiên ở Singapore và nhanh chóng đã trở thành một chiến lược dạy học phổ biến trong giảng dạy toán học, chiến lược dạy học này cũng đã nhận được sự ủng hộ tích cực của Bộ Giáo dục Singapore. Tiếp cận C-P-A trong dạy học nói chung, trong dạy học toán nói riêng, là một hướng góp phần phát triển được năng lực người học. Với cách tiếp cận này việc học được thực hiện bằng cách thực hiện các hoạt động học tập (tiếp cận hoạt động). Đây là cách tiếp cận đặc biệt hiệu quả trong việc dạy các khái niệm và kỹ năng toán học ở cấp tiểu học và trung học cơ sở nhưng cũng có hiệu quả ở cấp cao hơn. Học sinh tham gia vào các hoạt động khám phá để hình thành các khái niệm và kỹ năng toán học...

Purwadi I. M. và cộng sự (2019) [5] đã làm rõ vai trò của C-P-A trong dạy học Toán với các chủ đề cụ thể. Thứ nhất, C-P-A có thể giúp trẻ vượt qua những khó khăn các em có thể gặp phải khi học toán [5]. Học sinh cũng ít mắc lỗi hơn khi cố gắng giải các bài toán đại số. Thứ hai, nghiên cứu của Witzel [5] kết luận rằng chiến lược C-P-A có ảnh hưởng tích cực đến kết quả học tập của học sinh môn đại số tuyến tính. Thứ ba, nghiên cứu của Flores (2010) [5] cho thấy C-P-A có hiệu quả trong việc học tập phép trừ. Thứ tư, Sarfo và cộng sự (2014) [5] tuyên bố rằng chiến lược C-P-A cải thiện khả năng của sinh viên hiểu biết về hình học và đại số. Thứ năm, Watt (2013) [5] tiết lộ rằng chiến lược C-P-A giúp học sinh hiểu các khái niệm đại số phức tạp hơn. Thứ sáu, Hafiziani (2015) [5] báo cáo rằng chiến lược C-P-A có tác động tích cực đến khả năng thực hiện các biểu diễn Toán học của sinh viên. Dựa trên những điều đã nói ở trên, Purwadi I. M và cộng sự (2019) [5] đã khẳng định chiến lược C-P-A có tác động tích cực đáng kể tác động đến sự hiểu biết khái niệm, kết quả học tập và khả năng thực hiện các biểu diễn của học sinh.

Nghiên cứu của các tác giả Hafiziani Eka Putri và cộng sự (2020) [6] đã cho thấy tiếp cận C-P-A trong dạy học toán có thể cải thiện khả năng cảm nhận không gian của học sinh tiểu học. Bennett, W. P. (2013) [7] cho rằng việc tiếp cận C-P-A trong dạy học toán giúp học sinh kết nối tư duy logic với việc hình thành các khái niệm toán học, do đó, sẽ góp phần phát triển kỹ năng suy luận cho học sinh. Nghiên cứu của A Azmidar và cộng sự (2017) [8] cũng đã khẳng định vai trò của các tiếp cận C-P-A trong việc nâng cao hứng thú học tập Toán của học sinh.

Putri (2017) [9] cho rằng cách tiếp cận C-P-A gồm ba giai đoạn, đó là (1) Giai đoạn cụ thể, cho thấy học sinh giải quyết các bài toán thông qua các vật thể cụ thể hoặc vật thể hữu hình; (2) Hình ảnh giai đoạn cho thấy học sinh sử dụng đồ vật thông qua việc thể hiện hình ảnh của vật liệu cụ thể thao tác đối tượng; (3) Giai đoạn trừu tượng, trong đó học sinh sử dụng các ký hiệu hoặc ký hiệu trừu tượng. Ba giai đoạn này phù hợp với lý thuyết phát triển nhận thức của Jean Piaget.

Như vậy tiếp cận C-P-A có ưu thế tốt trong việc dạy học toán nói chung và dạy học toán ở trường phổ thông nói riêng từ bình diện mục tiêu về tư duy, hình thành các kiến thức, các kỹ năng

học toán nói chung cũng như các chủ đề cụ thể cho đến bình diện quy trình tích cực trong dạy học theo hướng tăng cường các hoạt động trải nghiệm, khám phá để trừu tượng hóa hình thành kiến thức. Với hiệu quả của nó mang lại nên cách tiếp cận C-P-A này được nhiều nước quan tâm và triển khai, nhất là trong dạy và học toán ở nhà trường phổ thông. Tuy nhiên, cách tiếp cận này còn là vấn đề rất mới với Việt Nam.

Bài viết này sẽ giới thiệu về tiếp cận C-P-A trong dạy và học toán ở nhà trường phổ thông để góp phần đổi mới việc dạy và học toán theo chương trình 2018 ở Việt Nam.

## 2. Phương pháp nghiên cứu

Để thực hiện nghiên cứu này tác giả đã sử dụng các phương pháp nghiên cứu lý luận nhằm tìm hiểu và làm rõ lịch sử tư tưởng tiếp cận C-P-A, nội dung của tư tưởng C-P-A áp dụng trong dạy học ở các nhà trường phổ thông, cơ sở tâm lý học của việc áp dụng tư tưởng C-P-A trong dạy học ở các trường phổ thông và tìm hiểu mô hình áp dụng tư tưởng này ở Singapore. Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu lý luận đó, kết hợp nghiên cứu chương trình môn Toán 2018 và SGK theo chương trình này để tìm hiểu cơ hội tiếp cận C-P-A trong dạy học. Qua nghiên cứu lý luận và thể chế được thể hiện trong chương trình môn Toán 2018 có thể khẳng định tính hiệu quả của việc tiếp cận tư tưởng C-P-A trong dạy học Toán ở các trường phổ thông và xu hướng tăng cường các bài toán thực tiễn trong dạy học Toán là một trong những định hướng phù hợp với tư tưởng C-P-A.

## 3. Kết quả và bàn luận

### 3.1. Sơ lược về tình hình nghiên cứu

#### 3.1.1. Lịch sử về dạy học tiếp cận C-P-A

*Tư tưởng chung về dạy học theo hướng tăng cường gắn với thực tiễn, trải nghiệm, trực quan, đã có từ xa xưa. Dạy học theo tiếp cận C-P-A là một hình thức cụ thể theo tư tưởng này.*

Theo báo cáo của UNESCO [10], vào khoảng năm 350 Trước công nguyên, Aristotle đã viết: *Có những thứ chúng ta phải làm trước khi học được, chúng ta học bằng cách thực hiện chúng.* Hơn 2 000 năm trước, Khổng Tử (Trung Quốc) đã nói: *Tôi nghe, tôi quên; tôi nhìn, tôi nhớ; tôi làm, tôi hiểu.* Học tập trải nghiệm là quá trình phát triển kiến thức, kỹ năng, và thái độ dựa trên suy nghĩ có ý thức về một trải nghiệm từng có.

Theo lý luận nhận thức của chủ nghĩa Mác-Lênin [11], thế giới vật chất tồn tại khách quan, độc lập với cảm giác, tư duy và ý thức của họ. Hiện thực khách quan là đối tượng của nhận thức. Con người có khả năng nhận thức hiện thực khách quan và cải tạo thế giới. Quá trình nhận thức diễn ra theo con đường từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng rồi từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn để kiểm nghiệm chân lí. Đó cũng là quá trình nhận thức đi từ hiện tượng đến bản chất, từ biểu hiện bên ngoài đến bản chất bên trong. Thực tiễn còn là mục đích của nhận thức và là tiêu chuẩn để kiểm tra chân lí. Nhận thức là quá trình con người phản ánh một cách biện chứng, năng động sáng tạo thế giới khách quan trên cơ sở thực tiễn lịch sử – xã hội.

Ở Việt Nam, Khoản 2, Điều 3, Luật Giáo dục [12] đã ghi: *Hoạt động giáo dục phải được thực hiện theo Nguyên lý học đi đôi với hành, giáo dục kết hợp với lao động sản xuất, lý luận gắn liền với thực tiễn, giáo dục nhà trường kết hợp với giáo dục gia đình và giáo dục xã hội.*

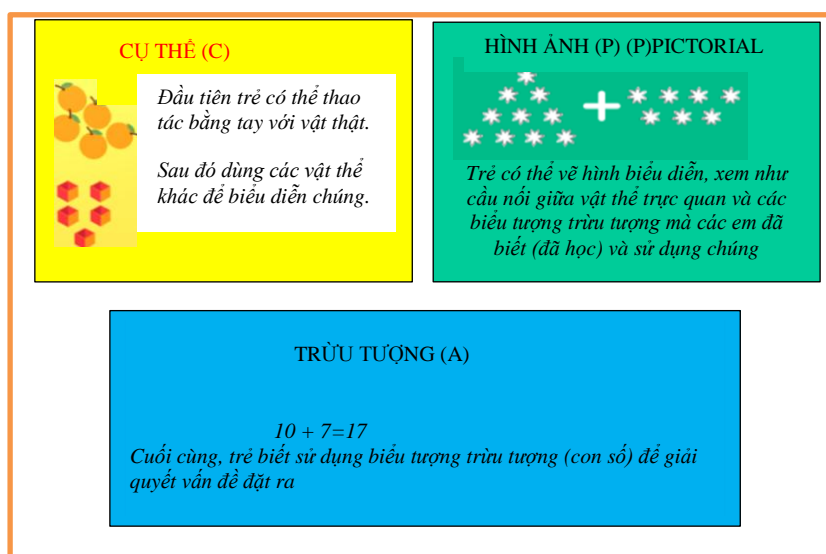
Theo Jerome Bruner [2], giáo dục là một tiến trình đạt đến kiến thức, cụ thể, Ông cho rằng: *Dạy một người... không phải là làm cho người ấy đưa các kết quả học được vào tâm trí, mà là dạy người ấy tham gia vào tiến trình thiết lập kiến thức. Chúng ta dạy một môn học không phải là tạo ra những thư viện sống về môn học ấy, mà làm cho người học suy nghĩ một cách toán học (logic – chính xác – nội dung), xem xét các vấn đề, tham gia để đạt tới (hay chiếm lĩnh) kiến thức. Hiểu biết là một tiến trình chứ không phải là một sản phẩm.* Tư tưởng C-R-A của Bruner đã được ra đời dựa trên quan điểm dạy học của ông. Tư tưởng này đặt nền móng cho sự ra đời tư tưởng tiếp cận C-P-A trong dạy học.

Tư tưởng chung của dạy học theo tiếp cận C-P-A khởi nguồn từ Singapore và đã ra đời dựa trên tư tưởng C-R-A của Bruner. Tư tưởng này gồm các bước: *Cụ thể (C) – Hình ảnh (P) – Trừu*

tượng (A), được cho là có thể cải thiện được khả năng học toán của học sinh (HS) ở nhà trường phổ thông. Theo đó, giáo viên (GV) giúp HS hiểu được ý tưởng toán học trừu tượng (hay một khái niệm toán học mới) nhờ đi từ cụ thể (như que tăm, hộp có dạng hình hộp chữ nhật,...) rồi biểu diễn bằng hình ảnh (đoạn thẳng, hình hộp chữ nhật,...) và cuối cùng dùng các ký hiệu (ngôn ngữ toán học) để biểu diễn chúng và biểu đạt chúng. Theo cách này, khi HS chiếm lĩnh được kiến thức sẽ vận dụng được để giải quyết các vấn đề mà chỉ dùng các số, các hình theo nghĩa của toán học trừu tượng.

### 3.1.2. Tư tưởng cơ bản khi tiếp cận C-P-A trong dạy học ở nhà trường phổ thông

Tiếp cận C-P-A trong dạy học bao gồm 3 bước (xem hình 1). Cụ thể:



**Hình 1.** Các bước dạy học tiếp cận C-P-A

(i) Bước 1: (Concrete) học thông qua trải nghiệm với các thao tác trên các đối tượng cụ thể. Theo đó, người học tiếp cận khái niệm mới thông qua thao tác trên các đối tượng vật lý (hoặc thiết bị) thực. Tất nhiên, đối tượng vật lý phải được xử lý về mặt vật lý (trực quan, đơn giản và không gây hại), sao cho HS có thể sử dụng để phát hiện và chiếm lĩnh được khái niệm toán học. Chúng đôi khi chỉ là các vật dụng thông thường, như ống hút, xúc xắc hoặc các thiết bị học toán tự làm. Tính trừu tượng của toán học có thể khó với HS, nhưng nhờ sử dụng những vật liệu, thiết bị mà HS có thể nhận ra và dần hiểu được kiến thức, thông qua những hoạt động có tính trải nghiệm đó. Đã có quan niệm rằng các thiết bị, nguồn cụ thể, chỉ dành cho những HS khó học về toán, nhưng thực tế cho thấy các nguồn tài nguyên, thiết bị, có thể được sử dụng theo nhiều cách khác nhau ở những cấp độ phù hợp với từng đối tượng. Tất cả HS đều được hưởng lợi từ việc sử dụng các nguồn tài nguyên, thiết bị để hỗ trợ nhận thức, tiến tới có hiểu biết (khái niệm) vượt ra ngoài nhận thức cảm tính. GV cũng có thể quan sát để hiểu hơn về những khó khăn và có biện pháp thích hợp để cải thiện việc học. Tuy nhiên, với những học sinh ở độ tuổi lớn (chẳng hạn, ở lớp 7 THCS) có khả năng tưởng tượng tốt thì có thể sử dụng hình ảnh trực quan (để mô tả) thay vì sử dụng những vật thể cụ thể, ở giai đoạn C này.

(ii) Bước 2: (Pictorial) hình thành biểu tượng, thông qua hình ảnh có được biểu tượng về đối tượng cụ thể. Khi HS đã tiếp cận kiến thức nhờ sử dụng các thiết bị (vật thể cụ thể), chúng sẽ chuyển sang vẽ điều nhận thức được bằng hình ảnh (hoặc phác thảo nhanh theo cách tượng hình). Khi đó, HS không còn sử dụng trực tiếp các tài nguyên vật lý nữa, mà chuyển sang có được biểu tượng (trong đầu). Một số GV thường bỏ qua khâu này, nhưng thực tế cho thấy đó là chìa khóa để đảm bảo rằng HS có thể tạo dựng liên hệ giữa nhận thức cảm tính (trực giác, với một nguồn cụ

thể) và hình thành biểu tượng (ký hiệu trừu tượng) về đối tượng được học, làm tiền đề cho giai đoạn sau, nhận thức lí tính (có khái niệm trừu tượng). Một trong những cách phổ biến nhất để triển khai bước 2 là dựa vào mô hình, mô phỏng,... cách này còn được sử dụng trong giải quyết vấn đề với nhiều bước phức tạp hơn sau này (như vẽ hình trong giải toán), tiến tới biết mô hình hoá.

(iii) Bước 3: (Abstract) nhận ra được khái niệm, sử dụng kí hiệu trừu tượng (ngôn ngữ toán) để biểu đạt và có thể áp dụng để giải quyết các vấn đề nảy sinh. Một khi HS đã nhận ra được khái niệm (kiến thức mới) một cách chủ động nhờ sử dụng các nguồn cụ thể và hình ảnh trực quan thì chúng có thể chuyển sang giai đoạn trừu tượng, khái quát hoá, hình thành khái niệm. Ở đây, HS đang sử dụng các kí hiệu trừu tượng (ngôn ngữ toán, thường là các chữ số hay hình học) để biểu đạt. Để có thể chuyển sang giai đoạn này được tốt, hiểu được bản chất kiến thức mới, HS cần được trải qua bước 1 và 2 một cách hiệu quả, như giàn giáo đi đến kiến thức mới.

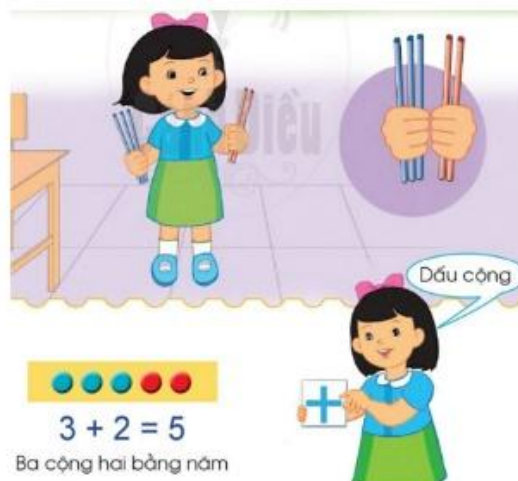
Khi HS liên tục thực hiện mỗi bước trong tiếp cận C-P-A giúp các khái niệm (kiến thức) được hiểu thấu và củng cố liên tục.

### 3.1.3. Cơ sở tâm lí học của tiếp cận C-P-A trong dạy học ở nhà trường phổ thông

Tiếp cận C-P-A được dựa trên nghiên cứu về sự phát triển nhận thức của trẻ, do nhà tâm lí học người Mỹ là Jerome Bruner thực hiện. Theo [2], có ba giai đoạn để một đứa trẻ hiểu biết về một khái niệm, đó là *Biểu diễn (Enactic mode)*, *biểu tượng (Iconic mode)* và *Tượng trưng (Symbolic mode)*. Theo đó: C (concrete), là việc trải nghiệm (thông qua trực quan) để tiếp cận một kiến thức toán học cụ thể, ứng với thức *biểu diễn*; P (pictorial) là việc hình thành các hình ảnh, biểu tượng về kiến thức toán học, ứng với thức *biểu tượng*; A (Abstract) là việc hình thành những khái niệm trừu tượng, nhờ sử dụng những biểu tượng ở giai đoạn 2 và biểu đạt lại chúng bằng những kí hiệu cụ thể, ứng với thức *Tượng trưng*. Như thế, học các khái niệm bằng cách trải nghiệm với những đồ vật cụ thể, giúp HS hiểu bản chất vấn đề nhờ trải nghiệm thực tế.

### 3.1.4. Tiếp cận C-P-A trong dạy học ở nhà trường phổ thông được thực hiện hiệu quả, chẳng hạn ở Singapore

Từ 1966 đến nay, cách tiếp cận này được triển khai hiệu quả và trở thành cách tiếp cận phổ biến trong dạy học Toán ở các trường phổ thông ở Singapore.



**Hình 2.** Dạy học phép cộng các số tự nhiên theo tiếp cận C-P-A  
(Nguồn ảnh: Sách Toán 1, Bộ sách Cánh Diều)

Ví dụ: Đối với phép cộng các số tự nhiên, có thể sử dụng các vật thật, như que tính hay quả cam,... Chẳng hạn, ta có thể chuẩn bị trước 3 que tính để HS cầm và quan sát (xem hình 2), rồi đưa thêm 2 que tính nữa. Lúc này HS đếm tổng số que tính có được (giai đoạn C). Tiếp theo,



chúng ta sẽ biểu thị điều này theo cách khác (các chấm tròn,..., giai đoạn P), rồi chúng ta biểu diễn điều này bằng cách sử dụng các kí hiệu trừu tượng (là chữ số:  $3 + 2 = 5$ , giai đoạn A).

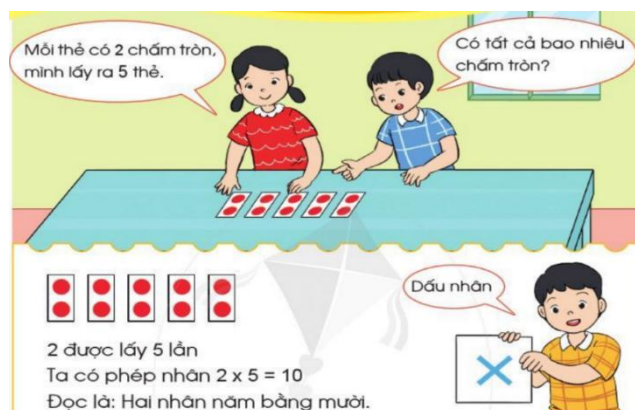
### 3.2. Dạy học Toán ở trường phổ thông tiếp cận C-P-A

#### 3.2.1. Môn Toán ở trường phổ thông có thể dạy theo tiếp cận C – P – A để học sinh học tập được hiệu quả hơn

Trong chương trình giáo dục phổ thông (CTGDPT), môn Toán đã được nhiều nước trên thế giới coi là môn học có tầm quan trọng đặc biệt. Ở trường phổ thông Việt Nam, môn Toán là môn học độc lập, xuyên suốt từ tiểu học, lớp 1, đến Trung học phổ thông (THPT), lớp 12, góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất, năng lực chung và năng lực toán học cho HS; phát triển kiến thức (KT), kĩ năng (KN) cốt lõi và tạo cơ hội để HS được trải nghiệm, vận dụng KT vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học; giúp HS phát triển khả năng tính toán, lập luận, kỹ năng tư duy và khả năng giải quyết vấn đề thông qua việc học tập và ứng dụng toán học [1].

Trong mục tiêu dạy học môn Toán (theo CTGDPT 2018), có đề cập đến việc sử dụng được các mô hình toán học (như công thức toán học, phương trình đại số, hình biểu diễn...) để mô tả tình huống xuất hiện trong một số bài toán có nội dung thực tiễn (hay tình huống nảy sinh từ thực tiễn) không quá phức tạp. Chẳng hạn, trong nội dung của CTGDPT 2018 môn Toán, ở mạch Hình học có đề cập: Hình học và đo lường là một trong những thành phần quan trọng của giáo dục Toán học, rất cần thiết cho HS trong việc tiếp thu các KT về không gian và phát triển các KN thực tế thiết yếu. Hình học và đo lường hình thành những công cụ nhằm mô tả đối tượng, thực thể của thế giới xung quanh; cung cấp cho HS KT, KN toán học cơ bản về hình học, đo lường và tạo cho HS khả năng suy luận, KN thực hiện các chứng minh toán học, góp phần phát triển tư duy lôgic, khả năng sáng tạo toán học, trí tưởng tượng không gian và tính trực giác. Đồng thời, hình học còn góp phần giáo dục thẩm mỹ và nâng cao văn hóa toán học cho HS. Việc gắn kết đo lường và hình học sẽ tăng cường tính trực quan, thực tiễn ở dạy học môn Toán [1].

Như vậy, chúng ta hoàn toàn có cơ hội để dạy học toán theo tiếp cận C – P – A với CTGDPT 2018, cụ thể là khi dạy học các mạch kiến thức về Số học, Hình học hay Xác suất – Thống kê.



**Hình 3.** Dạy học phép nhân các số tự nhiên tiếp cận C-P-A  
(Nguồn ảnh: Sách Toán 1, Bộ sách Cánh Diều)

Ví dụ: Dạy học phép nhân các số tự nhiên ở lớp 1 (Xem Hình 3).

Bước 1 (C). Trải nghiệm với các thẻ để phát hiện kiến thức: để giúp HS hiểu về phép nhân (chẳng hạn  $2 \cdot 5 = 10$ ), ban đầu GV có thể chuẩn bị trước 5 thẻ (có kích thước, màu sắc như nhau) và trên mỗi thẻ có 2 chấm tròn, rồi cho HS đếm theo nhóm.

Bước 2 (P). Hình thành biểu tượng thông qua hình vẽ: Nếu HS chưa hiểu được về ý đồ cài đặt trong hoạt động trải nghiệm đó thì ta có thể hỗ trợ thêm thông qua hình ảnh như minh họa ở hình 3.

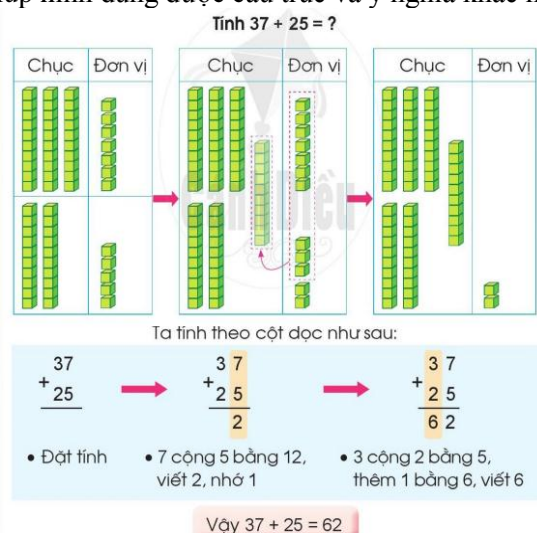
GV cũng có thể thực hiện bước 2 (P) bằng cách vẽ các nhóm có 2 chấm và yêu cầu HS phát hiện xem cần bao nhiêu nhóm như thế để có tổng số 10 chấm.

Nếu ở bước 2 (P) mà HS chưa hiểu (chưa chuyển qua biểu tượng được) thì GV cần cho các em quay trở lại bước 1 (C).

Như vậy, chúng ta có thể thấy rằng dạy học theo tiếp cận C-P-A không phải là một quá trình có tính tuần tự nghiêm ngặt, mà có thể quay đi quay lại một cách linh hoạt.

Bước 3 (A). Trừu tượng hóa, khái quát hóa để hình thành phép nhân: Khi HS đã hiểu được tổng của 5 nhóm, mỗi nhóm 2 chấm (giai đoạn P) GV hướng dẫn để các em biết *tích* của  $2.5 = 10$  (trừu tượng hóa). Lúc này giáo viên cần giúp HS nhận biết dấu nhân (x) khi thực hiện phép nhân; biết cách thực hiện 2 nhân với 5 sẽ cho kết quả bằng 10; biết cách đọc “Hai nhân năm bằng mười”; biết cách viết  $2.5 = 10$ .

Đề dạy học theo tiếp cận C-P-A hiệu quả thì điều quan trọng là khi lập kế hoạch bài học chúng ta phải suy ngẫm, lựa chọn cách nào là thích hợp nhất. Thực tiễn dạy học tiếp cận C-P-A ở một số nước cho thấy, HS được trải nghiệm thông qua sử dụng các nguồn trực quan, thiết bị cụ thể thích hợp (theo tiếp cận C-P-A) có thể lĩnh hội và làm chủ kiến thức tốt hơn so với những HS không theo tiếp cận này. Tuy nhiên, việc sử dụng sai cách có thể làm giảm cơ hội HS có được lời giải đúng. Ví dụ, khi học về giá trị của từng chữ số theo vị trí của nó trong hệ thập phân (như số 37 hay 25 khi tính  $37 + 25$ ) thì cách như ở hình 4 là phù hợp, HS tỏ ra ít bị sai lầm hơn, vì nó giúp hình dung được cấu trúc và ý nghĩa khác nhau của mỗi chữ số theo cột:



**Hình 4.** Dạy học giá trị của các chữ số trong hệ thập phân theo tiếp cận C-P-A (Nguồn ảnh: Sách Toán 2 (Tập 1), Bộ sách Cánh Diều)



**Hình 5.** Tính diện tích vết dầu loang [14]

Vì vậy, điều rất quan trọng là phải xem xét cả cấu trúc và khái niệm mà chúng ta mong muốn HS nắm được trước khi lựa chọn nguồn cụ thể, phù hợp nhất, sao cho giúp HS nhận thức được những kiến thức trừu tượng như mong đợi.

### 3.2.2. Tiềm năng tiếp cận C-P-A trong dạy học Toán ở trường phổ thông trong bối cảnh hiện nay

Tăng cường các bài toán có nội dung thực tiễn, tăng cường vận dụng toán học vào thực tiễn trong dạy học toán ở các trường phổ thông là xu thế được nhiều nước trên thế giới chú trọng trong bối cảnh giáo dục hiện nay. Xu hướng này tạo ra những điều kiện phù hợp để tiếp cận C-P-A trong dạy học toán ở các trường phổ thông.

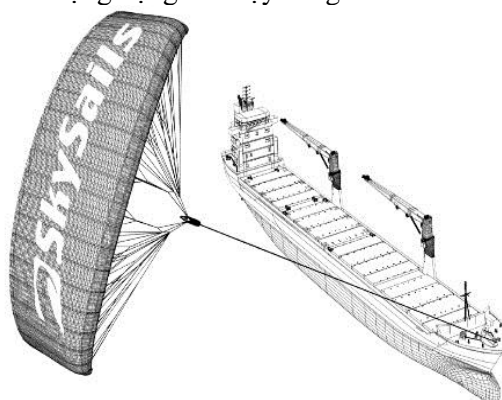
Chương trình đánh giá quốc tế PISA [13] do tổ chức OECD đề xuất, để đánh giá khả năng của HS độ tuổi 15 của các nước, về Toán, Khoa học và Đọc hiểu. Các bài thi PISA không chỉ kiểm tra KT của HS học trong trường mà còn chú trọng đánh giá khả năng vận dụng KT và KN để giải

quyết những tình huống nảy sinh hay những thử thách đòi hỏi sử dụng những KT và KN đó. Về toán học, PISA đánh giá khả năng vận dụng KT toán học để giải quyết các vấn đề nảy sinh từ thực tiễn hoặc gắn với bối cảnh thực.

Các bài toán PISA thường gồm 3 phần: Tiêu đề bài toán (chủ đề của tình huống thực tiễn), phần mở đầu (là phần để dẫn mô tả tình huống thực tiễn) và các câu hỏi của bài toán hay tình huống thực tiễn.

Chẳng hạn: Để giải bài toán vệt dầu loang [14] (như hình 5) HS cần chia hình theo lưới ô vuông và sử dụng tỷ lệ bản đồ (đã cho) để ước lượng gần đúng diện tích theo từng ô vuông. Tức là, không có công thức tính cho những hình kiểu vệt dầu loang này. Với tình huống này, do HS độ tuổi 15 nên tiếp cận C thông qua mô phỏng bằng hình vẽ, xem như trải nghiệm tình huống thực tiễn về dầu loang và dẫn đến cần tính diện tích vệt dầu loang trên biển, do không tính được trực tiếp nên phải tính dựa trên hình vẽ và theo tỉ lệ xích. Nhu cầu tính diện tích các hình không quen thuộc (không có công thức tính) và trải nghiệm chia hình phẳng đã cho thành các mảnh nhỏ rồi dựa vào lưới ô vuông để tính gần đúng diện tích từng phần đó. GV có thể sử dụng tình huống này làm mô hình thực tiễn khi dạy học tích phân theo tiếp cận C-P-A.

Bài toán “Tàu chở hàng dùng dùm buồm” [14] cũng gồm ba phần như trên. *Phần mở đầu*: Trong thương mại quốc tế thì khoảng 95% hàng hoá được vận chuyển bằng đường thủy, với số lượng khoảng 50 000 tàu, gồm các loại như: tàu chở dầu, tàu chở hàng, tàu chở công-ten-nơ,... Phần lớn trong số các loại tàu này đều sử dụng động cơ chạy bằng dầu diesel.



**Hình 6.** Tàu chở hàng dùng dùm buồm [14]

Nhiều kĩ sư có ý định thiết kế một hệ thống sử dụng sức gió nhằm hỗ trợ sức đẩy cho các tàu chở hàng. Họ đưa ra ý tưởng: gắn thêm một chiếc điều vào tàu, đóng vai trò như một cánh buồm, để có thể sử dụng sức gió nhằm giảm thiểu việc tiêu thụ nhiên liệu cũng như giảm thiểu tác hại với môi trường (xem hình 6).

*Phần câu hỏi*: Biết rằng chiếc điều sẽ bay ở độ cao 150 m so với boong tàu. Ở độ cao này, tốc độ gió có thể cao hơn khoảng 20% so với tốc độ gió ở boong tàu.

Khi biết tốc độ gió ở boong tàu là 24 km/h, tính (gần đúng) và cho biết tốc độ gió thổi vào chiếc điều?

A. 6 km/h;      B. 18 km/h;      C. 25 km/h;      D. 30 km/h;      E. 49 km/h.

*Hướng dẫn chấm*: Học sinh sẽ được điểm tối đa nếu chỉ ra được phương án đúng là: D, hay 30 km/h; Không được điểm nếu học sinh đưa ra các câu trả lời khác.

Có thể thấy các bài toán trong các đề thi PISA đều gắn với bối cảnh thực, sau khi toán học hoá thì kiến thức cơ bản (cần để giải bài toán) không quá khó đối với HS. Tuy nhiên, để có kết quả HS không thể áp dụng ngay một cách máy móc kiến thức (hay công thức tính) đã biết theo kiểu bài toán đóng (thường thấy trong sách viết theo lối truyền thụ kiến thức), mà để giải được bài toán đó thì HS cần hiểu thông tin, rồi lựa chọn chiến lược giải, tìm lời giải và đưa ra phương án của mình.



Đến nay, dạy học toán ở trường phổ thông theo tiếp cận C-P-A được cho là có hiệu quả, nhưng với nhiều GV ở Việt Nam đây còn là vấn đề mới, thậm chí chưa được tiếp cận đầy đủ, nên có thể xem là không dễ với nhiều người, nhất là khâu thiết kế bài học theo hướng này. Mặt khác, như đã phân tích ở trên, CTGDPT môn Toán 2018 có nhiều cơ hội để dạy học theo tiếp cận C-P-A, ngoài ra, tác giả sách giáo khoa môn Toán (viết theo CTGDPT 2018) cũng theo tiếp cận này, do đó, trong một số tài liệu tập huấn hay sách giáo viên, tác giả sách giáo khoa cũng đã có hướng dẫn chi tiết về dạy học theo tiếp cận C-P-A. Những điều đó được xem là cơ hội thuận lợi để GV thiết kế và dạy học toán theo tiếp cận C-P-A ở nước ta.

#### 4. Kết luận

Nghiên cứu đã làm rõ được nguồn gốc của tiếp cận C-P-A trong dạy học toán ở trường phổ thông, giới thiệu tiếp cận C-P-A trong dạy học được xem là một hướng mới về thiết kế và tổ chức dạy học ở trường phổ thông, đồng thời cũng chỉ ra tiềm năng tiếp cận C-P-A dạy học toán theo chương trình 2018. Tiếp cận C-P-A hướng vào giải quyết tốt mối quan hệ giữa cái cụ thể và cái trừu tượng trong dạy học. Với cách tiếp cận này, HS nắm được các kiến thức trừu tượng, khái quát, dựa trên trải nghiệm (thông qua thao tác với những cái cụ thể, gần gũi), sau đó vận dụng những KT này trong học tập cũng như giải quyết một số vấn đề nảy sinh từ thực tiễn. Vì thế, HS chiếm lĩnh KT một cách tự nhiên, bản chất, góp phần tăng hứng thú học tập, tăng hiệu quả dạy học. Hơn nữa, theo Boonen, A. J. H., et al [15], cách tiếp cận C-P-A giúp học sinh cải thiện kỹ năng biểu diễn trực quan, việc biểu diễn sơ đồ trực quan chính xác làm gia tăng khả năng giải được các bài toán có lời văn của học sinh sáu lần.

Ở Việt Nam tiếp cận C-P-A còn là rất mới và cần được nghiên cứu, cụ thể hoá để giúp GV có thể tự tin vận dụng, nhất là trong dạy học toán. CTGDPT môn Toán 2018 có nhiều cơ hội để dạy học theo tiếp cận C-P-A, nhất là khi dạy các mạch Số học, Hình học hay Thống kê- Xác suất.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO/ REFERENCES

- [1] Ministry of Education and Training, *Mathematics general education program*. Education Publishing House, Hanoi, 2018.
- [2] S. A. McLeod, *Bruner-Learning Theory in Education*. Simply Psychology, 2023.
- [3] H. B. B. Hussein, "Global Trends in Mathematics Education Research," *International Journal of Research in Educational Sciences*, 2023, doi: 10.29009/ijres.6.2.9.
- [4] Y. H. Leong, W. K. Ho, and L. P. Cheng, "Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future," *The Mathematics Educator*, vol. 16, no. 1, pp. 1-18, 2015.
- [5] I. M. Purwadi, I. G. Sudiarta, and I. N. Suparta, "The Effect of Concrete-Pictorial-Abstract Strategy toward Students' Mathematical Conceptual Understanding and Mathematical Representation on Fractions," *International Journal of Instruction*, vol. 12, no. 1, pp. 1113-1126, 2019.
- [6] H. E. Putri, P. Rahayu, I. Muqodas, and M. A. Wahyudy, "The Effect of Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) Approach on Improving Elementary School Students' Spatial Sense Ability," *Indonesia University of Education, Jl. Mayor Abdurachman*, Sumedang, Jawa Barat, Indonesia, no. 211, 2020, Art. no. 45322.
- [7] W. P. Bennett, "Develop Reasoning through Pictorial Representations," *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol. 19, no. 1, pp. 30-36, 2013.
- [8] A. Azmidar, D. Darhim, and J. A. Dahlan, "Enhancing Students' Interest through Mathematics Learning," *International Conference on Mathematics and Science Education (ICMSce)*, IOP Conf. Series, no. 895, 2017, Art. no. 012072.
- [9] H. S. Putri, "Influence of Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) Approach on the Enhancement of Primary School Students' Mathematical Reasoning Ability," *Mimbar Sekolah Dasar*, vol. 7, no. 1, pp. 119-132, 2020.
- [10] UNESCO, *Teaching and Learning for a sustainable future, a multimedia education programme*, Griffith University, Australia, 2010.
- [11] V. I. Lenin, *Complete Works*, vol. 29, Progressive Publishing House, Moscow, 1981, p. 179.
- [12] National Assembly of the Socialist Republic of Vietnam, *Education Law*, No.8/2005/QH11 dated June 14, 2005 of the National Assembly, 2005.

- [13] OECD, "Take the Test Sample Questions from OECD's PISA Assessments," Programme for International Student Assessment, 2009.
- [14] Ministry of Education and Training, *PISA 2015 training materials and question types published by OECD in the field of mathematics*, Ha Noi, 2014.
- [15] A. J. H. Boonen, F. van Wesel, J. Jolles, and M. van der Schoot, "The role of visual representation type, spatial ability, and reading comprehension in word problem solving: An item-level analysis in elementary school children," *International Journal of Educational Research*, vol. 68, no. 4, pp. 15-26, 2014, doi: 10.1016/j.ijer.2014.08.001.